अध्यापक-दर्शिका

भौतिकी

प्रथम भाग

माध्यमिक स्कूलों के लिए विज्ञान

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्

सितंबर 1970 • भाद्र 1892

प्रकाशन विभाग मे सैयद ऐनुल आबेदीन, सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, राष्ट्रीय शिक्षा संस्थान भवन, श्री अरविन्द मार्ग, नई दिल्ली-16 द्वारा प्रकाशित तथा राकेश प्रेस, दिल्ली-6 में मुद्रित ।

परिचय

माध्यमिक कक्षाओं में विज्ञान और गणित शिक्षा परियोजना के प्रथम चरण में प्रयोगात्मक पाठ्यपुस्तकें तथा अध्यापक-दर्शिकाएँ तैयार की गई थीं। परीक्षण-काल में यह अनुभव हुआ कि भौतिकी पाठ्यक्रम अधिकतर विवरणात्मक था। फलत: अनुभवों के आधार पर सामग्रियों का पुनरावर्तन किया गया और शैक्षिक सत्र 1968-69 ई० में परीक्षण करने के पश्चात् ऐसा अनुभव हुआ कि यदि आणविक-गतिसू सिद्धांत को इसी अवस्था से पाठ्यक्रम मे रख दिया जाए तो छात्रों को भौतिकी को हृदयंगम करने में सरलता हो जाती है और वे द्रव्य के गुणों की व्याख्या करने में समर्थ हो जाते हैं। फलस्वरूप यह निश्चय किया गया कि अध्यापकों के निमित्त सामग्रियों में वांछित सुधार किया जाए। प्रस्तुत दर्शिका में देश के भिन्न-भिन्न भागों के अनेक अध्यापकों तथा विशेषज्ञों के सुझाव निहित है।

प्रस्तुत दर्शिका का ध्येय प्रथम चरण की पुनर्निरीक्षित भौतिकी प्रथम—भाग को पढ़ाने में अध्यापकों की सहायता करना है। पुस्तक में लिखित सुझावों के अनुसार वे विज्ञान वस्तु विषय की शिक्षा वैज्ञानिक शिक्षण विधि से दे सकेंगे। संबंधित प्रकरणों के तथ्यों को मुख्य विचारों तथा गौण विचारों के रूप मे रखने के अतिरिक्त प्रभावोत्पादक शिक्षण के लिए पाठ आयोजना विषय वस्तु, विषय वस्तु विश्लेषण आदि सुझाव निहित हैं। भौतिक इकाइयों का परस्पर समन्वय, उत्पन्न इकाइयों, सख्यात्मक प्रश्नों तथा भौतिकी की भाषा को विकसित करने का विशेष ध्यान रखा गया है। अध्यापकों की सहायतार्थ दैनिक मूल्यांकन, पुनरावर्तन तथा समीक्षात्मक कार्य के लिए कुछ प्रश्नों का सुझाव मात्र दिया गया है। क्रियाकलाप तथा निदर्शन निमित्त सामग्री एक 'किट' के रूप में निहित है। छात्रों के निमित्त कुछ ऐसे सरल क्रियाकलापों को रखा गया है जिनमें अत्यंत सरल तथा साधारण सामग्री की आवश्यकता हो और जो पाठ्यवस्तु से संबंधित हो।

पुर्ननिरीक्षित पाठ्यपुस्तक और पाठयोजना के अनुसार पढ़ाई के निमित्त (कक्षा के) 3 घंटे प्रति सप्ताह पर्याप्त है।

यह आवश्यक नहीं है कि अध्यापक महोदय बिल्कुल दर्शिका के अनुसार ही चले परंतु ऐसी आशा है कि दर्शिका की सहायता से वे अपनी अध्यापन पद्धति को विकसित अवश्य कर सकेंगे।

इस पुस्तक की प्रथम पाठ्यसामग्री डा० रामनिवास राय, श्री विश्वनाथ वांचू, श्री कुमार जीत खुराना तथा युनेस्को परामर्शदाता डा० ए० ब्रिडखानोव द्वारा तैयार की गई थी। इस पुनर्मुद्रित संस्करण के सुधारों का श्रेय श्री कुमार जीत खुराना तथा युनेस्को परामर्शदाता डा० ए० ए० तामारिन को है। इसके लिए ये सब लोग तथा विज्ञान शिक्षा विभाग के भौतिकी ग्रुप के अन्य सदस्य धन्यवाद एवं प्रशंसा के पात्र है।

विज्ञान शिक्षा विभाग पुस्तक के सुधार हेतु अध्यापकों तथा अन्य सज्जनों द्वारा रचनात्मक सुझावों, आलोचनाओं तथा प्रत्यालोचनाओं का स्वागत करेगा।

मोहन चन्द्र पन्त
विभागाध्यक्ष
विज्ञान शिक्षा विभाग

नई दिल्ली
सितम्बर 1970

विषय-सूची

प्रथम चरण में प्रथम वर्ष के लिए भौतिकी अध्ययन की पूर्ण आयोजना

प्रकरण	(कक्षा के) घंटे
अध्याय 1 : भौतिकी परिचय	3
अध्याय 2 : माप	12
अध्याय 3 : बल, भार तथा दाब	10
अध्याय 4 : पदार्थों की संरचना	15
अध्याय 5 : ठोस द्रव और गैसों के गुण	15
अध्याय 6 : तरल पदार्थों मे दाब	15
पाठ्य क्रम का सर्वेक्षण	5
	75

टिप्पणी :—अध्यापक महोदय निर्देशिका में लिखित आयोजना के अतिरिक्त 15% घंटे अपने मतानुसार और बढ़ा सकते है, यद्यपि प्रत्येक अध्याय के मूल्यांकन तथा अध्ययन अभियान के लिये अधिकतम घंटे उपर्युक्त दिए हुए है।

पाठ आयोजना में पाठ ध्येय के अंतर्गत संक्षिप्त नाम संक्षेप रूप में

धा० — धारणात्मक

सू० — सूचनात्मक

क्रिया : डिमोंस्ट्रेशन प्रयोग, अध्यापकों द्वारा किए जाने वाले प्रयोगों के निमित्त संक्षेप :

प्रथम अध्याय

भौतिकी परिचय

निहित विचार

मुख्य विचार	गौण विचार
1. हमारे चारो ओर जो कुछ भी है द्रव्य कहलाता है।	हमारे चारो ओर की वस्तुएँ पदार्थो से बनी होती है पदार्थ ठोस, द्रव और गैस तीन अवस्थाओं में होते है। द्रव्य हमारी ज्ञानेन्द्रियो को प्रत्यक्ष तथा अप्रत्यक्ष रूप से प्रभावित करता है।
2. भौतिकीवेत्ता द्रव्य के गुणों का अध्ययन करते है।	भिन्न-भिन्न प्रकार के पदार्थो के भिन्न-भिन्न गुण होते है। इन गुणों की व्याख्या के लिए भौलिकी-वेत्ता द्रव्य की संरचना का गहन अध्ययन करते है।
3. भौतिक घटनाओं का अध्ययन करने का तात्पर्य द्रव्य के सर्वव्यापक गुणों का पता लगाना होता है।	प्रकृति में अनेक घटनाएँ घटित होती रहती हैं। ध्वनि, ऊष्मा, प्रकाश आदि से संबंधित घटनाओं को **भौतिक घटनाएँ** कहते है। किसी घटना की पूर्ण रूप से जाँच के लिए नियंत्रित परिस्थितियों में घटना को घटित करने एवं उसके प्रेक्षण हेतु क्रिया-कलापों को **प्रयोग** कहते है। भौतिकी का पूर्ण ज्ञान भौतिकी घटनाओं के अध्ययन तथा उनके गणितीय विश्लेषण पर आधारित है। भौतिकीवेत्ता ऐसे अध्ययन के पश्चात् कुछ परिणामों पर पहुँचते हैं और अपने परिणामों को व्यवहार में लाने का प्रयत्न करते हैं। ऐसे परिणाम उद्योग, इजीनियरिंग और प्राद्योगिकी के क्षेत्रों के लिए बड़े महत्त्वपूर्ण होते हैं। भौतिकी को समझने के हेतु हमको जाँच-पड़ताल की वैज्ञानिक विधि का अनुगमन करना चाहिए।

पाठ—आयोजना

पाठ—1

विषय वस्तु

(1) भौतिकी क्या है ? और (2) भौतिकी के अध्ययन को मनोरंजक कैसे बनाया जाए।

पृष्ठाधार ज्ञान

नाना प्रकार के पदार्थो का तथा उनके भौतिक गुणों का साधारण ज्ञान, पानी की तीन अवस्थाएँ, एवं वस्तुओं के तैरने, गिरने, बिजली के चमकने और छायाओं के बनने आदि भौतिक घटनाओं की जानकारी।

पाठ-प्रकार

परिचयात्मक तथा धारणात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : भौतिक वस्तुओं, पदार्थों, भौतिक गुणों, भौतिक घटनाओं और प्रयोगों पर सामान्य विचार।

सूचनात्मक : (क) भौतिकी का ज्ञान प्रयोगों पर आधारित है।

(ख) जाँच-पड़ताल की वैज्ञानिक विधियाँ भौतिकी के समझाने में सहायक होती हैं।

क्रिया कलात्मक : (क) कुछ सामान्य पदार्थ और उनके गुण।

(ख) कुछ मनोरंजक भौतिक घटनाएँ।

(ग) एक साधारण घटना की जाँच-पडताल।

पाठ—2

विषय वस्तु

(क) जीवन मे भौतिकी का योगदान। (ख) कुछ भौतिकीवेत्ताओं के जीवन तथा उनके कार्यो को पढ़ने के हेतु छात्रों में जिज्ञासा जागृत करना एवं उत्साहित करना।

पृष्ठाधार ज्ञान

कुछ उपयोगी युक्तियों जैसे आवर्धक लैंस, रेडियो आदि का परिचय, अंतरिक्ष उड़ानों, न्यूक्लियर ऊर्जा की जानकारी जो कि बच्चों को रेडियो, समाचार पत्रों तथा बच्चों की पुस्तकों से मिलती है।

पाठ-प्रकार

परिचयात्मक

पाठ-ध्येय

सूचनात्मक : (क) भौतिकीवेत्ताओं द्वारा अर्जित ज्ञान का जीवन और औद्योगिकी के क्षेत्र में उपयोग।

(ख) मानवता के उत्थान में भौतिकी के सिद्धान्तों का योगदान महत्त्वपूर्ण सिद्ध हुआ है।

क्रिया कलात्मक : कुछ साधारण खिलौने, स्प्रिट-लेवल, पनडुब्बियो के कार्यशील मॉडल और कुछ सामान्य उपकरण जैसे टार्च, तापमापी और आवर्धक लैंस।

पाठों की विषय वस्तु का विश्लेषण

पाठ के प्रारभ में ही छात्रों की सहायता से कक्षा में नाना प्रकार की वस्तुओं की सूची बनाई जा सकती है। तदुपरांत प्रत्येक वस्तु किन-किन पदार्थो से बनाई गई है इसके बारे में परिचर्चा करनी चाहिए। अब सूची में निहित वस्तुओ का वर्गीकरण द्रव्य की तीन अवस्थाओं के अनुरूप किया जा सकता है। इसके पश्चात् पदार्थो के सामान्य लक्षणों की सूची बनानी चाहिए। यद्यपि परिचर्चा में छात्रों के सहयोग की आशा नहीं की जा सकती तथापि अध्यापक को निम्नांकित तथ्यों के विकास में बच्चो द्वारा अधिकतम योगदान का प्रयत्न करना चाहिए।

सब पदार्थ (i) स्थान घेरते हैं। (ii) प्रत्यक्ष अथवा अप्रत्यक्ष रूप से हमारी ज्ञानेन्द्रियों को प्रभावित करते है।

> क्योंकि भौतिकी में द्रव्य और ऊर्जा दोनों का अध्ययन किया जाता है इसलिए इसी अवस्था मे छात्रों को ऊर्जा के बारे में, संकेतात्मक अथवा प्रश्नात्मक समस्याओ द्वारा, जैसे 'क्या प्रकाश हमारी किसी ज्ञानेन्द्रिय को प्रभावित करता है', बताना हितकर होगा।'

छात्र कुछ सामान्य पदार्थों जैसे पानी, लकड़ी, हवा आदि के कुछ भौतिकी गुणों से पहले से ही परिचित होते है। परिचर्चा में निम्नलिखित प्रकार के विचारो पर ध्यान दिलाया जा सकता है। हम अपने हाथ को हवा तथा पानी में हिला सकते हैं परंतु लकडी में नही जो कि एक ठोस पदार्थ है।

पानी जिस बरतन में डाला जाता है उसी का रूप धारण कर लेता है। इसका अपना कोई आकार निश्चित नहीं है। इसका स्वतत्र तल क्षैतिज होता है। लकड़ी कठोर पदार्थ है। लकड़ी की वस्तु अपना रूप रखती है और पानी पर तैरती है।

प्रकृति में होने वाली ऐसी घटनाओं के आधार पर भौतिक घटनाओं के विचार को विकसित करना चाहिए। जिनसे छात्र अवगत होते हैं, जैसे तडित, आँधी, वर्षा, बादलों का बनना आदि। परिचर्चा की अवधि में कुछ साधारण घटनाओं, जैसे वस्तुओ का गिरना, कुछ वस्तुओं का पानी में तैरना और कुछ का डूबना, छाया का बनना आदि का निदर्शन (डिमौंस्ट्रेशन) उपयोगी होगा। घटना का निदर्शन करते समय छात्रों को घटना के अध्ययन हेतु नियंत्रित परिस्थितियो के बारे में बता देना चाहिए और इस प्रकार परिचर्चा द्वारा ही प्रयोग के विचार को विकसित करना चाहिए। उदाहरण के लिये ठोस वस्तुओं के तैरने के संबंध मे भिन्न-भिन्न परिस्थितियाँ निम्नांकित रूप में हो सकती है।

(i) कई ठोस वस्तुएँ और केवल एक द्रव जैसे पानी और (क) एक ही आयतन की अलग-अलग वस्तुएँ, (ख) एक ही भार की अलग-अलग वस्तुएँ।

(ii) एक ही वस्तु और विभिन्न प्रकार के द्रव।

विषय वस्तु का संक्षेपण करते समय जाँच-पड़ताल की वैज्ञानिक विधि की ओर छात्रों का ध्यान आकर्षित करना चाहिए।

व्यवहारिक जीवन में भौतिकी के योगदान के महत्त्व की विवेचना साधारण खिलौनों, स्प्रिट लेवल, पनडुब्बियो तथा अन्य प्रकार के कार्यशील मॉडलों के द्वारा करना उत्तम होगा। खिलौनों तथा कार्यशील मॉडलों का चयन इस प्रकार होना चाहिए कि उनमे निहित भौतिकी के सिद्धांत अधिकतर भौतिकी के पाठ्यक्रम में हो। इससे एक तो छात्रों को व्यवहारिक ज्ञान होता है और दूसरे पाठ अत्यत रोचक बन जाता है। इस उद्देश्य से व्यवहारिक जीवन की कुछ सामान्य युक्तियो जैसे तापमापी, आवर्धक लेन्स और हाथ की टॉर्च आदि का निदर्शन करना चाहिए, और अंतरिक्ष यात्रा, न्यूक्लियर ऊर्जा, हवाई उड़ान तथा अन्य नवीनतम मनोरंजक आविष्कारों से अवगत करा देना चाहिए। छात्रों को जब इस प्रकार प्रोत्साहन मिलेगा तो वे विज्ञान की सराहना करेंगे और उसके अध्ययन में रुचि लेंगे। जब छात्र सराहने

नोट—महागोनी जैसी कुछ लकड़ियाँ जिनका घनत्व पानी से अधिक होता है, पानी में डूब जाती है।

लगेंगे तथा विज्ञान और शिल्पविज्ञान (प्राद्योगिकी) के महत्त्व को समझेंगे तो वे यह भी जानना चाहेंगे कि इन महत्त्वपूर्ण कार्यों में किन-किन व्यक्तियों का योगदान है। भौतिकी की सफलताएँ बताते समय यह उपयुक्त होगा कि कुछ भारतीय भौतिकीवेत्ताओं की सेवाएँ भी बताई जाएँ। अपने देश के भौतिकी-वेत्ताओं के बारे मे बताने के साथ-साथ अंतर्राष्ट्रीय योगदान की चर्चा भी करनी चाहिए। भौतिकी में तथा संपूर्ण विज्ञान मे अंतरिक्ष यात्रा जैसे चमत्कारों की सफलता में अंतर्राष्ट्रीय योगदान की चर्चा से छात्रों में सहयोग की भावना विकसित होगी।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. भौतिकी में किन विषयों का अध्ययन होता है ?
2. किसी भौतिकी घटना का उदाहरण दो।
3. भौतिकीवेत्ताओं द्वारा प्रयोग क्यों किए जाते हैं ?
4. भौतिकी के दो नवीनतम योगदानो को बताओ।
5. किसी प्रसिद्ध भौतिकीवेत्ता का नाम बताओ।

गृहकार्य

छात्रों से कहा जाए कि

1. प्लास्टिक के कंघे या कलम को सूखे बालो से या कपड़े से रगड़कर छोटे-छोटे कागज के टुकड़ों के पास लाने पर प्रभाव देखें।
2. किसी दिन एक छड़ को धूप में पृथ्वी मे गाड़ दे तथा अलग-अलग समय पर छड़ की छाया की लंबाई और दिशा में परिवर्तनों को लिखे।
3. पुस्तक के 1,2,3,—पृष्ठों को पढ़ें।
4. अभ्यास 1 मे दिए हुए प्रश्नों के उत्तर लिखें।

द्वितीय अध्याय

माप

निहित विचार

मुख्य विचार	गौण विचार
1. दैनिक जीवन तथा विज्ञान और प्राद्योगिकी के क्षेत्र में लंबाई मापन आवश्यक है ।	(i) लंबाई की माप एक साधारण अनुभव की बात है । साधारणतया पैमाने से लंबाई की माप की जाती है ।
	(ii) प्रमुख नियम यह है कि लंबाई की माप हेतु एक ऐसी इकाई होनी चाहिए जो समय, व्यक्ति अथवा स्थान के परिवर्तन से प्रभावित न हो ।
	(iii) माप की कई पद्धतियाँ है । हमारे देश में विस्तृत-मान्यता प्राप्त अंतर्राष्ट्रीय मीट्रिक-पद्धति प्रचलित है ।
	(iv) मीट्रिक पद्धति में लंबाई की मूल इकाई मीटर है। मीटर एक विशेष धातु की छड़ में दो निशानों के बीच की अंतर्राष्ट्रीय मान्यता प्राप्त दूरी है । उस छड़ को बडी सावधानी से रखा जाता है । इसको प्रामाणिक मीटर कहते है । प्रत्येक देश में प्रामाणिक मीटर का आदि-प्ररूप होता है ।
	(v) प्रामाणिक इकाई से बडी और छोटी लबाइयों के नापने की आवश्यकता होती है । भिन्न-भिन्न लंबाइयों के नापने के लिए ऐसी इकाइयो की आवश्यकता होती है जो प्रामाणिक इकाई में उपसर्ग लगाकर बनी हो।

(vi) मीट्रिक-पद्धति में मीटर के अपवर्तकों का मीटर के साथ (साधारण भिन्नीय) दशमलवीय संबंध होता है।

2. किसी निश्चित मात्रा को इकाई मानकर उस की तुलना से हम किसी भौतिक राशि की माप कर सकते है।

(i) भौतिक राशि के प्रामाणिक मान को माप की इकाई कहते है।

(ii) यदि भौतिक राशियों को भिन्न-भिन्न इकाइयों के पैमाने से नापा जाए तो उनके नापमान भी भिन्न-भिन्न होंगे।

3. किसी वस्तु की माप में पैमाने का व्यवहार करते समय हम वस्तु का निकटतम वास्तविक माप लेने का प्रयत्न करते है।

(i) मापन के कुछ निश्चित नियम हैं। यदि सावधानी से माप न की जाए तो त्रुटियाँ हो सकती है।

(ii) मापन मे संभावित त्रुटियों का उल्लेख करना वैज्ञानिक दृष्टिकोण है। सही माप की सीमा साधन को छोटी-से-छोटी लंबाई पर निर्भर करता है।

(iii) लंबाई मापन के अनेक साधन हैं। वांछित यथार्थता हेतु किसी एक का चयन कर लिया जाता है।

(iv) लंबाई मापन में कार्य के अनुसार ही परिशुद्धता की सीमा की आवश्यकता होती है।

(v) सही माप के हेतु किसी वस्तु को कई बार नापना चाहिए। सब मापों का औसत निकटतम सही माप होता है।

4. प्रत्येक सतह का क्षेत्रफल होता है। क्षेत्रफल एक भौतिक राशि है तथा इसकी भी इकाई होती है।

(i) किसी सतह के निश्चित क्षेत्रफल को क्षेत्रफल माप की इकाई मान लिया जाता है।

(ii) मीट्रिक पद्धति मे क्षेत्रफल वर्गमीटर तथा इसके अपवर्तक और अपवर्त्यों में नापा जाता है।

(iii) किसी सतह का क्षेत्रफल इकाई क्षेत्रफल की तुलना से मालूम किया जाता है।

(iv) नियमित क्षेत्रफलों की गणना गणितीय नियमानुसार की जा सकती है ।

(v) अनियमित सतह का क्षेत्रफल वर्गांकित कागज द्वारा मालूम किया जा सकता है ।

5. किसी वस्तु द्वारा घेरे गए स्थान को उसका आयतन कहते हैं ।

(i) आयतन की माप हेतु मीट्रिक पद्धति में एक निश्चित आयतन को इकाई माना जाता है ।

(ii) आयतन घन मीटर तथा इसके अपवर्तकों व अपवर्त्यों में नापा जाता है ।

(iii) किसी वस्तु का आयतन इकाई आयतन की तुलना से ज्ञात हो जाता है ।

(iv) नियमित वस्तुओं का आयतन गणितीय नियमानुसार गणना करके ज्ञात किया जा सकता है ।

(v) अंशांकित बरतन की धारिता को वस्तुओं का आयतन ज्ञात करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है ।

(vi) अनियमित वस्तुओं के आयतन ज्ञात करने के लिये वस्तु को द्रव मे डालने से जितना द्रव ऊपर को उठता है उसकी नाप से वस्तु का आयतन मालूम कर सकते हैं ।

6. बरतन का आंतरिक आयतन उसकी धारिता होता है ।

(i) द्रवों का अपना कोई निश्चित आकार नहीं होता है । वे जिस बरतन मे डाले जाते है उसी का आकार ग्रहण कर लेते है । इस लिए उनका आयतन बरतन की धारिता से मालूम किया जा सकता है ।

(ii) एक घन डेसीमीटर आयतन 1 लिटर के बराबर होता है ।

पाठ-आयोजना

पाठ—1

विषय वस्तु	लंबाई की इकाई तथा माप-तौल को मीट्रिक पद्धति को विकसित करना।
पृष्ठाधार ज्ञान	साधारण मापन के प्रयोग में आने वाले साधनों का तथा वस्तु की सर्वमान्य नाप आदि का ज्ञान।
पाठ-प्रकार	परिचयात्मक एवं धारणात्मक।
पाठ-ध्येय	**धारणात्मक :** (क) किसी वस्तु की माप के लिए प्रामाणिक इकाइयों की आवश्यकता होती है। (ख) लंबाई की इकाई पर विचार विमर्श। **सूचनात्मक :** (क) मीट्रिक पद्धति का तथा विशेष रूप से लंबाई की माप का इतिहास। (ख) मीटर का उसके अपवर्तकों और अपवर्त्यों से संबंध तथा उनकी पारस्परिक सरल परिवर्तनशीलता। **क्रिया कलात्मक :** (क) मीट्रिक पैमाने और साधारण पैमाने के मॉडल का निदर्शन (डिमोंस्ट्रेशन)। (ख) विद्यार्थियों के सहयोग से साधारण वस्तुओं की लंबाई का अनुमान।

पाठ—2

विषय वस्तु	मापन-प्रक्रम की व्याख्या
पृष्ठाधार ज्ञान	लंबाई नापने की आवश्यकता का सामान्य ज्ञान और अनुभव और यह कि माप परिशुद्धता माप के लक्ष्य पर निर्भर होती है।

पाठ-प्रकार — धारणात्मक

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक** : मापन प्रक्रम में कुछ त्रुटियों की संभावना से संनिकट मान ही निकाला जा सकता है।

सूचनात्मक (क) लबाई मापने में कुछ नियमों का पालन करना होता है।

(ख) मापन के परिशुद्धता में त्रुटि की सीमा मापन के साधन के छोटे-से-छोटे मान पर निर्भर करती है।

क्रिया कलात्मक (क) पैमाने से लंबाई मापन विधि का निदर्शन (डिमोंस्ट्रेशन)।

(ख) लंबन के कारण त्रुटि का निदर्शन (डिमोंस्ट्रेशन)।

(ग) ढालू किनारे वाले मीट्रिक पैमाने, दर्जी के फीते तथा अन्य प्रकार के पैमानों का निदर्शन (डिमोंस्ट्रेशन)।

पाठ—3

विषय वस्तु — विद्यार्थियों के व्यक्तिगत अनुभव द्वारा लंबाई नापने की युक्तियों को जानने के लिए उत्साहित करना।

पृष्ठाधार ज्ञान — पिछले दो पाठों के ज्ञान और § 2. 3 में दी हुई प्रक्रिया पर छात्रों द्वारा प्रयोग नं० 1।

पाठ-प्रकार — निपुणता, पूर्ण योग्यता, प्रयोगात्मक ज्ञान।

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक** : लंबाई नापने की योग्यता उपयोगी कार्यों में काम आती है।

सूचनात्मक : (क) भिन्न-भिन्न लंबाइयों के प्रेक्षित मानों का एक नियत ढंग से (अभिलेखन) रिकार्ड रखना चाहिए।

(ख) अभिलेखित आँकड़े परिणाम निकालने मे सहायक होते हैं।

(ग) लंबाई को नापने मे पैमाने के किसी भी भाग को व्यवहार में लाने से कोई अंतर नहीं पड़ता।

क्रिया कलात्मक : (क) एक आयताकार गुटके की लंबाई, चौड़ाई आदि नापना।

(ख) व्यक्तिगत अनुभव द्वारा पूरी कुंडली की लबाई नाप कर एक तार (अथवा धागे) का व्यास मालूम करना।

पाठ—4

विषय वस्तु — विद्यार्थियों को लंबाई नापने और पाठ संबंधी कार्यो को पूरा करने के लिए प्रोत्साहन देना।

पृष्ठाधार ज्ञान — पिछले तीन पाठों तथा उनसे संबंधित विषयों का ज्ञान एवं छात्रों की मापन संबंधी योग्यता पर विचार।

पाठ-प्रकार — समीक्षा एवं मूल्यांकन

धारणात्मक : पूर्व पाठों की समीक्षा। मौखिक प्रश्नों तथा श्यामपट्ट पर लिखे प्रश्नों की सहायता से विद्यार्थियों द्वारा ज्ञान प्राप्ति का मूल्यांकन।

विषय वस्तु विश्लेषण-पाठ 1 से 4

पाठ—1

छात्रो के लंबाई मापन संबंधित सामान्य अनुभवों की परिचर्चा करनी चाहिए। परिचर्चा में यह जानने का प्रयास होना चाहिए कि छात्र इस बात को जानते हैं या नहीं कि मीटर लंबाई नापने की एक इकाई है। यह आशा की जाती है कि दर्जी कपडा नाप कर सीता है, कपड़ा नाप कर बिकता है तथा अन्य अनेक वस्तुएँ लंबाई के नाप से बिकती है ऐसे कार्यों को देखकर उनको इस बात का ज्ञान अवश्य होगा। छात्रों को मीटर पैमाना दिखाना चाहिए तथा एक मीटर लबाई का ज्ञान करा देना चाहिए। उनको यह भी दिखाना चाहिए कि मीटर पैमाने पर बहुत से निशान लगे होते हैं। छात्रों से यह पूछना चाहिए तथा उस स्थिति पर परिचर्चा करनी चाहिए कि यदि हर एक व्यक्ति भिन्न-भिन्न प्रकार के पैमानों का प्रयोग करे तो

कितनी कठिनाई होगी। उनको यह बता देना ठीक होगा कि सभी देशों में मीटर पैमाने बराबर हैं और सब मीटर प्रामाणिक पैमाने के प्रारूप है।

परिचर्चा अवधि में मीटर के विकास के इतिहास पर कुछ प्रकाश डालना उत्तम होगा। प्रश्न किया जा सकता है कि मीटर को लंबाई की इकाई कैसे माना गया और इसकी आवश्यकता क्यों हुई। आवश्यकताओं की परिचर्चा करते समय परिशुद्ध मापन का महत्त्व बताना चाहिए और यह कि इसी कारण ठीक-ठीक लंबाई नापने के लिये मीटर का विकास हुआ। ऐसे मनोरंजक तथ्यों से छात्रों में जिज्ञासा पैदा होती है। वे अंतर्राष्ट्रीय स्वीकृत लंबाई की इकाई के महत्त्व की सराहना करते है। इसी प्रकार अन्य भौतिक राशियों जैसे भार या समय आदि की अंतर्राष्ट्रीय इकाइयों के महत्त्व को भी समझते हैं। इकाइयों की एकरूपता के कारण वैज्ञानिकों ने मनुष्य जाति का कितना उपकार किया है इस पर पूर्णरूपेण प्रकाश डालना चाहिए।

क्या लंबाइयों को नापने में एक ही इकाई का व्यवहार करना चाहिए ? परिचर्चा में छात्रों का ध्यान मीटर पैमाने पर लगे निशानों की ओर आकर्षित करना चाहिए। तत्पश्चात् मीटर और उसके अपवर्तकों का संबंध एवं उनके संक्षिप्त नाम भी बता देने चाहिए। मीटर तथा उसके अपवर्तकों के संबंध को साधारण भिन्न तथा दशमलव दोनों रूपों मे बताना चाहिए और विशेष कर यह कि दशमलव रूप वाले संबधों में कितनी सरलता होती है। मीटर से बड़ी इकाइयों का ज्ञान कराना भी आवश्यक है। यह भी ध्यान दिलाया जाए कि बड़ी लंबाइयों की नाप में किलोमीटर का ही व्यवहार होता है।

छात्रों से इस विषय पर परिचर्चा करनी चाहिए कि क्या लंबाई की एक ही इकाई सब प्रकार के नाप के लिये पर्याप्त हो सकती है। परिचर्चा मे यह बताना सहायक होगा कि विभिन्न प्रकार की राशियों जैसे समय, भार आदि की नाप-तौल की आवश्यकता पड़ती है। जिस पद्धति मे लंबाई की मूल इकाई मीटर है वह **मीट्रिक पद्धति** कहलाती है।

पाठ—2

पिछले पाठों के मुख्य विचारों को दोहराने के बाद छात्रों के संमुख एक यह समस्या रखनी चाहिए कि अध्यापक की मेज की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई की नाप किस प्रकार की जाए। समस्या समाधान की अवधि में इस बात की ओर विशेष ध्यान दिलाया जाए कि नापने का नियम यह है कि संपूर्ण लंबाई में इकाई लंबाई कितनी बार आती है। मेज की नाप छात्रों के सहयोग से ही करनी चाहिए।

सब वस्तुओं की नाप के लिये मीटर पैमाना उपयुक्त नहीं होता। उदाहरणार्थ, जो वस्तु कुछ डेसिमीटर लंबी है उसकी माप डेसिमीटर में ही करनी चाहिए और जो कुछ सेंटीमीटर लंबी है उसको सेंटीमीटर में ही नापना चाहिये। यदि लंबाई 10 मीटर से अधिक है तो उसको डेकामीटर इकाई में नापा जाना चाहिए, आदि आदि।

नापते समय छात्रों का ध्यान इस नियम की ओर आकर्षित करना चाहिए कि नापते समय मीटर पैमाने को बिल्कुल ठीक ठीक इस प्रकार रखा जाए कि पैमाने का शून्य चिह्न मेज के एक किनारे से ठीक

तौर से सट जाए और दूसरा पठन वहाँ लेना चाहिए जहाँ कि मेज का दूसरा सिरा पैमाने से ठीक सट रहा हो। इसके अतिरिक्त पैमाने को नापी जाने वाली लंबाई के समानांतर रखने की आवश्यकता पर जोर देना चाहिए। कभी कभी ऐसा भी हो सकता है कि जिस पैमाने से लंबाई नापी जानी है उसमें शून्य चिह्न न हो अथवा अस्पष्ट हो। इस स्थिति को इस प्रकार स्पष्ट कर देना चाहिए कि मेज के एक किनारे को पैमाने के किसी चिह्न से उपर्युक्त विधि से सटाकर रखना चाहिए और पठन लिख लेना चाहिए और मेज के दूसरे सिरे पर पैमाने के पठन को भी लिख लेना चाहिए। दोनों पठनों का अंतर मेज की लंबाई होगी। इससे यह स्पष्ट हो जाता है कि नापने के हेतु पैमाने का कोई भी भाग प्रयोग में लाया जा सकता है।

किसी भी लंबाई की मापन अवधि में पूर्ण इकाइयों को तथा इकाई के पूर्ण अपवर्तकों को गिनना चाहिए। लंबाई नापने के निमित्त नियमों का पालन एक-एक करके समझाया जाए तो उपयोगी रहेगा। नियम की अवहेलना के कारण होने वाली त्रुटियों से छात्रों को अवगत कराया जाए और सुधार की ओर उनका ध्यान आकर्षित किया जाए।

परिशुद्ध अंशांकित पैमाने के उपयोग पर विशेष जोर देने की आवश्यकता है। इस बात का ध्यान रखा जाए कि या तो छात्रों को स्वयं ही माप करने का अवसर दिया जाए तथा नापने के नियमों को सीखने दिया जाय अथवा नापने के भिन्न भिन्न नियमों का स्पष्ट डिमोंस्ट्रेशन (निदर्शन) दिया जाए। डिमोंस्ट्रेशन के पश्चात् उनको व्यक्तिगत रूप से माप करने के लिए प्रयोगात्मक कार्य दिए जाएँ।

नापने में आँख की ठीक स्थिति का डिमोंस्ट्रेशन छात्रों के सहयोग द्वारा ही करना चाहिए। किसी ऊर्ध्वाधर वस्तु के सहारे एक पैमाना रखा जाए और तीन छात्रों को वस्तु की लंबाई के पठन को ज्ञात करने को कहा जाए। एक छात्र की आँख सही स्थिति में रखी जाए और शेष दो में से एक की ऊपर और दूसरे की नीचे। तीनों छात्रों के पठनों पर परिचर्चा की जाए तथा यह स्पष्ट कर दिया जाए कि वस्तु के समतल आँख रखकर पैमाने का पठन लेना चाहिए। सही नाप के हेतु पैमाने को नापी जानी वस्तु के समीप रखना चाहिए और ढालू किनारे वाले पैमाने की उपयोगिता पर प्रकाश डालना चाहिए। सही माप के लिए पैमाने के शून्य चिह्न अथवा किसी भी पूर्ण चिह्न को वस्तु के एक किनारे से सटा देना चाहिए।

लंबाई मापन की विभिन्न विधियों को समझाने के पश्चात् यह बता देना परमावश्यक है कि एक वस्तु के कई माप लेकर उनका औसत माप ही उस वस्तु के सही माप के निकटतम माप होता है। प्रत्येक बार नापने में कुछ त्रुटि हो सकती है और वस्तु की लगभग माप ही ज्ञात हो सकती है। यह लगभग माप वस्तु की यथार्थ माप से कुछ अधिक भी हो सकती है और कम भी। इसलिए कई बार नापने से सब मापों का औसत-माप यथार्थ माप के निकटतम होता है।

पाठ—3

इस पाठ में विशेषकर छात्रों को पिछले पाठ में बताए गए लंबाई के नापने के विभिन्न नियमों का अभ्यास कराना तथा मापन प्रकम में उन्हें प्रवीण करना उचित होगा।

जब छात्र स्वयं मापन प्रकम में व्यस्त हो तब अध्यापक को यह देखने का अवसर मिल जाता है कि वे पिछले पाठों में पढ़ी हुई धारणाओं को भली प्रकार समझ पाए है अथवा नहीं। यही उपयुक्त अवसर होता है जबकि अध्यापक छात्रों को लबाई-मापन के संबध में भली प्रकार निदेशित कर सकते हैं। अध्यापक को इस अवधि में ऐसे अनेक अवसर मिलेंगे जबकि वे सरल तथा प्रासंगिक मौखिक प्रश्नों द्वारा छात्रो की योग्यता की जाँच तथा मूल्यांकन कर सकते हैं। उपयुक्त समय पर दिए गए निदेशनों का प्रभाव चिरस्थायी होता है।

पाठ—4

यह सर्व विदित है कि कुछ विद्यार्थी तो अपने ज्ञान को व्यक्त करने में निपुण होते है कुछ क्रिया कलाप में और कुछ मॉडल बनाने की सामग्री एकत्र करने में। परंतु ऐसे विद्यार्थी बहुत कम होते हैं जो सभी क्षेत्रो मे समानरूप से निपुण हों। अध्यापक का लक्ष्य यह होना चाहिए कि वह यह देखने का प्रयत्न करे कि किस छात्र में कैसी और कितनी योग्यता है और उसकी रुचि क्या है। तथा उनको अपने ज्ञान का उपयोग करके सीखने, के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए। प्रयोगात्मक कार्य प्रत्येक क्षेत्र मे और विशेष कर भौतिकी में परमावश्यक है।

प्रारंभ मे संभव है कि रस्सी अथवा फीते से मीटर पैमाना बनाने में सभी छात्रों की रुचि न हो। पर एक दो छात्र अवश्य बना लाएँगे। जो भी छात्र बनाकर कक्षा में ले आवे अध्यापक को ऐसे छात्रों के प्रयास की पूरी कक्षा में सराहना करनी चाहिए और उनको कक्षा में अपने अनुभवो तथा बनाने की विधि को संक्षेप में बताने को प्रोत्साहन देना चाहिए। ऐसी बातों का अच्छा प्रभाव पड़ता है। गृहकार्य के मूल्यांकन के हेतु कोई तिथि निश्चित करना उत्तम होता है तथा कार्य की जाँच-पड़ताल मे सरलता हो जाती है। यदि अध्यापक को निश्चित समय पर कार्य कराने में एक बार सफलता मिल गई तो आगे का अध्यापन कार्य सुगम हो जाता है।

पिछले पाठों से अर्जित ज्ञान के मूल्यांकन तथा समीक्षा के अतिरिक्त अध्यापक गृहकार्य को पूरा कराने में छात्रो के सहयोग का उपयोग कर सकते है। कुछ छात्रों की कापियाँ जाँचनी चाहिए। कुछ से मौखिक प्रश्न पूछने चाहिए और कुछ छात्रों को ऐसे सरल प्रश्न देने चाहिए कि एक इकाई के मान को दूसरी में बदल सके। कुछ योग्य छात्रों को पैमाने द्वारा लंबाइयाँ नापने की कार्यविधि को बताने को कहा जाए। इस प्रकार इस पाठ का प्रयोग पिछड़े छात्रों के कार्य को पूरा कराने में किया जा सकता है।

इस प्रकार के कार्यकलाप तथा छात्रों द्वारा अर्जित ज्ञान के मूल्यांकन के लिए अध्यापक को कुछ अंक, (उदाहरणार्थ 5) निर्धारित कर देने चाहिए और प्राप्तांकों को छात्रों की नोट-बुक (कापियों) में लिख देना चाहिए। अध्यापक का लक्ष्य प्रोत्साहित करना होना चाहिए। इस उद्देश्य से ऐसे विद्यार्थी को भी 2 अंक दे देने चाहिए जो इतने के योग्य नहीं है और 'असंतोषजनक' आदि जैसे शब्दों का प्रयोग न किया जाए। उत्तम तो यह होता है कि तुरंत किसी दूसरे विद्यार्थी से उत्तर पूछा जाए और एक के बाद दूसरे से पूछते चले जाए जब तक कि बिल्कुल सही उत्तर न मिल जाए। फिर जिनसे नहीं बताया गया उनसे पूछा जाए और उनको 5 मे से 2 अंक दे दिए जाए। इसके पश्चात् अन्य छात्रों से भी उनके हाथ उठवाकर पूछा जाए कि कौन उत्तर देना चाहता है और हाथ उठाने वालों में से किसी से पूछ लिया जाए।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

निम्नलिखित सुझाव-मात्र प्रश्नो का लक्ष्य यह जानने का होना चाहिए कि छात्र पिछले पाठों को समझ पाए हैं या नही । पिछले विषयों के मुख्य और गौण विचारों के आधार पर अन्य प्रश्न भी बनाए जा सकते हैं । सीधे प्रश्नों के अतिरिक्त कुछ प्रश्न ऐसे भी पूछे जाएँ जिनके द्वारा कुछ गूढ़ और विस्तृत तथ्य प्रकाश में आ सकें ।

1. मीट्रिक पद्धति में लंबाई की मुख्य इकाई क्या है ?

2. लंबाई-मापन की एक आदर्श अंतर्राष्ट्रीय मुख्य इकाई को भिन्न-भिन्न देशों में आदि प्ररूप रखना क्यों आवश्यक होता है ?

3. लंबाई-मापन की एक सर्वमान्य इकाई निर्धारण से पहले लंबाई नापने की क्या स्थिति थी ?

4. मीटर के अपवर्त्यों और अपवर्तकों और उनके मीटर से तथा पारस्परिक संबंध बताओ ?

5. (i) एक मीटर, (ii) एक डेसिमीटर, (iii) एक सेंटीमीटर और (iv) एक मिलीमीटर कितना लंबा होता है। (सुझाव—अपने शरीर के भागों से अथवा साधारण व्यवहारिक वस्तुओं की तुलना से बताया जा सकता है) । कुछ अन्य प्रश्न ऐसे भी हो सकते हैं जिनके बारे में छात्रों को पहले से ज्ञान हो । क्या लबाई की कोई अन्य इकाइयाँ जानते हो । उनका मीटर से क्या संबंध है ?

गृहकार्य

अभ्यास 2 और 3 में जो प्रश्न दिए गए हैं वे छात्रों के क्रियाकलाप के बारे में है । जैसे एक मीटर का पैमाना बनाना और घर पर करने के दो प्रयोग । यह उत्तम होगा कि सब छात्रों से पूरा कार्य करा लिया जाए क्योंकि इन कार्यों के ज्ञान की अगले पाठो में आवश्यकता पड़ेगी । इसके लिए यह अच्छा होगा कि अध्यापक कार्य के लिए अलग से कुछ अंक निर्धारित करें और एक निश्चित तिथि तक कार्य को कक्षा में दिखाने का आदेश भी दे । लेकिन घर के कार्य, जैसे अभ्यास 3 का गृहप्रयोग, विशेष रुचि वाले विद्यार्थी ही करना चाहेंगे और उनको पूरा करने को प्रत्येक विद्यार्थी से आशा नहीं की जा सकती । अभ्यास 3 के गृहकार्य प्रयोग 1 को ऐसे विद्यार्थियों को ही देना चाहिए जो एक पतले तार का व्यास निकालने में अच्छी तरह सफल हुए हों । यह उनके लिए अनुगमन कार्य हो सकता है ।

पाठ-आयोजना

पाठ—5

विषय वस्तु — (क) क्षेत्रफल की मीट्रिक इकाइयों का विकास और (ख) क्षेत्रफल मापन की सरल विधियों की व्याख्या ।

पृष्ठाधार ज्ञान — दैनिक जीवन में क्षेत्रफल की व्यवहारिक इकाइयों

का कुछ ज्ञान और (i) सुडौल सतहों के क्षेत्रफल नापने तथा (ii) चेक पेपर के व्यवहार पर विचार।

पाठ-प्रकार परिचयात्मक तथा धारणात्मक।

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : (क) किसी सतह का क्षेत्रफल लंबाई से भिन्न राशि है। मीट्रिक पद्धति में इसके नापने की अलग इकाइयाँ हैं। और भिन्न-भिन्न सतहों के क्षेत्रफल नापने के अलग मापक हैं।

(ख) मीट्रिक पद्धति में क्षेत्रफल की इकाई 1 वर्ग मीटर पर विचार।

(ग) अनियमित सतहों के क्षेत्रफल मालूम करने के हेतु चेक पेपर की उपयोगिता।

सूचनामतक : एक वर्ग मीटर तथा उसके अपवर्त्यों तथा अपवर्तकों का संबंध और एक इकाई के मान की दूसरी इकाई के मान में तुरंत परिवर्तनशीलता।

क्रिया कलाप : (क) एक वर्ग मीटर तक क्षेत्रफल की विभिन्न इकाइयों का डिमोंस्ट्रेशन।

(ख) छात्रों के सहयोग से सामान्य सतहों के क्षेत्रफल का अनुमान।

(ग) बेडौल अथवा अनियमित सतहो के क्षेत्रफल मालूम करने हेतु चेक पेपर व ग्राफ पेपर का डिमोंन्स्ट्रेशन।

पाठ—6

विषय वस्तु चेक पेपर के द्वारा बेडौल सतहों का क्षेत्रफल निकालने के लिए छात्रों को प्रवीण करना।

पृष्ठाधार ज्ञान पिछले पाठ और § 2. 5 में छात्रों के क्रियाकलाप नं० 2 से अर्जित ज्ञान।

माप

पाठ-प्रकार

प्रयोगात्मक एवं प्रवीणतात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : (क) चेक पेपर के खानों के आकार पर उसके द्वारा ज्ञात क्षेत्रफल की परिशुद्धता निर्भर होती है। खाने जितने छोटे होते हैं उतना ही परिशुद्ध क्षेत्रफल का मान प्राप्त होता है, और

(ख) क्षेत्रफल नापने की प्रवीणता जीवन में उपयोगी कार्यों में काम आ सकती है।

सूचनात्मक : (क) चेक पेपर द्वारा जो क्षेत्रफल निकाला जाता है वह यथार्थ मान के लगभग होता है, और

(ख) प्रेक्षित मानों का नियमित रूप से अभिलेखन करना आवश्यक होता है।

क्रिया कलात्मक : (क) एक आयताकार गुटके या दियासलाई की डिब्बी का क्षेत्रफल चेक पेपर या ग्राफ पेपर पर उसकी रूपरेखा खींच कर निकालना, और

(ख) फिर उसी तरह की लंबाई और चौड़ाई नाप कर उसका क्षेत्रफल गणना करके निकालना।

पाठ—7

विषय-वस्तु

(क) मीट्रिक पद्धति में आयतन तथा धारिता की इकाइयों का विकास (ख) समांतर षट-फलक आकृति की वस्तुओं के आयतन की गणना।

पृष्ठाधार ज्ञान

दैनिक जीवन में आयतन तथा धारिता की कुछ इकाइयों का ज्ञान और आयताकार वस्तुओं के आयतन की गणना का ज्ञान।

पाठ-प्रकार

परिचयात्मक तथा धारणात्मक

पाठ ध्येय

धारणात्मक : (क) आयतन लंबाई और क्षेत्रफल से भिन्न एक भौतिक राशि है फलतः इसके नापने की इकाइयाँ अलग होती हैं।

(ख) मीट्रिक पद्धति में आयतन की एक घन मीटर तक की इकाइयो का अनुमान।

(ग) एक आयताकार घन का आयतन लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई को (परस्पर) गुणा करके सरलता से निकाला जा सकता है।

सूचनात्मक : (क) एक घन मीटर का उसके अपवर्त्यो और अपवर्तकों से संबंध।

(ख) एक घन डेसिमीटर और एक लिटर में तुल्यता और एक लिटर तथा एक मिलीलिटर मे संबंध।

क्रिया कलात्मक : (क) एक घन मीटर तक के आयतन के मॉडलों का निदर्शन (डिमोंस्ट्रेशन)।

(ख) कुछ साधारण बरतनों का निर्दशन जो आयतन मालूम करने के काम आते है।

(ग) एक लिटर पानी को एक घन डेसिमीटर धारिता वाले बरतन में डाल कर दोनो के संबंध का निदर्शन।

पाठ—8

विषय वस्तु

द्रव के आयतन नापने के उपयोगी बरतनों का ज्ञान और बेडौल ठोसों का आयतन ज्ञात करना।

पाठ प्रकार परिचयात्मक तथा धारणात्मक

पृष्ठाधार ज्ञान औषधि की बोतलों की धारिता का ज्ञान, नापने के बरतनों की और औषधालयों में दवा नापने के, दूध की डेअरियों में, पेट्रोल पंपों पर काम आने वाले नापों का ज्ञान। जब किसी ठोस वस्तु को किसी द्रव में डुबाया जाता है तो वह कुछ द्रव को ऊपर को उठाती है। उसका वैज्ञानिक ज्ञान।

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : (क) द्रवों का आयतन मालूम करने के लिए एक बरतन को उसकी धारिता से अंशांकित किया जा सकता है। एक नियमित आकार का गोलाकार या आयतायार बरतन समान रूप से अंशांकित हो सकता है।

(ख) एक ठोस को यदि किसी द्रव में डुबाया जाए तो ठोस अपने आयतन के बराबर आयतन का द्रव ऊपर को उठाता है। इस आधार के विचार से ठोस वस्तुओं का आयतन मालूम किया जा सकता है।

सूचनात्मक : (क) माप के बरतन का उसके उपयोग से पूर्व उसके अंशांकन के बारे में पूरा ज्ञान होना चाहिए।

(ख) मापक बरतन से नापते समय आँख को द्रव की स्वतंत्र सतह की सीध में रखना चाहिए और मापक बरतन को उध्र्वाधर रखना चाहिए।

(ग) कुछ ठोस वस्तुएँ जैसे, पत्थर या ईंट के टुकड़े सरंध्री होते हैं। उनके रंध्रों में कुछ हवा भरी रहती है इसीलिए ऐसी वस्तुओं के आयतन में रंध्रो में भरी हवा का आयतन भी होता है।

क्रिया कलात्मक : (क) भिन्न-भिन्न प्रकार के मापक बरतनों का निदर्शन और भिन्न-भिन्न साइज के सिलिंडरों का मापन ।

(ख) मापक बरतन को अंशांकित करने का सिद्धांत ।

(ग) एक मापक बरतन में द्रव की स्वतंत्र सतह का पठन लेते समय आँख की स्थिति ।

(घ) मापक बरतन के ऊर्ध्वाधर स्थिति में न होने से मापन कार्य में त्रुटि का निदर्शन ।

(ङ) मापक बरतन के उपयोग से (i) एक द्रव का आयतन ज्ञात करना । (ii) पानी में तैरने/डूबने वाली ऐसी छोटी ठोस वस्तुओं का आयतन ज्ञात करना जो मापक सिलिंडर के भीतर डाली जा सकती है ।

(च) तैरने/डूबने वाली वस्तुओं का आयतन मालूम करने के लिए आप्लावी बरतन का उपयोग ।

पाठ-9

विषय-वस्तु — **एक मापक बरतन द्वारा किसी बरतन की धारिता अथवा एक छोटी वस्तु का आयतन मालूम करने के हेतु छात्रों को व्यक्तिगत रूप से प्रोत्साहित तथा प्रवीण करना ।**

पृष्ठाधार ज्ञान — पिछले पाठों का ज्ञान और जैसा § 2.8 प्रयोगात्मक कार्य नं० 3 में दिया है उसकी प्रक्रिया पर विचार ।

पाठ प्रकार — प्रयोगात्मक तथा प्रवीणात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : मापक बरतनों द्वारा द्रवों का आयतन मालूम करने मे प्रवीण होना उपयोगी होता है ।

सूचनात्मक : (क) मापक बरतन में द्रव की स्वतंत्र सतह् का पठन करते समय इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि मापक बरतन ऊर्ध्वाधिर है और आँख की स्थिति ठीक है ।

(ख) मापक बरतन में द्रव के आयतन के पठन को विधिवत लिखना ।

(ग) मापक बरतन द्वारा किसी ठोस वस्तु का आयतन निकालने के लिए बरतन में पानी की भिन्न-भिन्न मात्राओं से कोई अंतर नही पड़ता ।

क्रिया कलात्मक : (क) मापक बरतन के पैमाने के अंश का मूल्यांकन ।

(ख) मापक बरतन में द्रव की स्वतंत्र सतह् का पठन करना ।

(ग) किसी वस्तु का आयतन तथा एक छोटी बोतल की धारिता मालूम करने के लिए एक मापक बरतन का व्यवहार ।

पाठ-10

विषय वस्तु

मीट्रिक पद्धति में क्षेत्रफल व आयतन की इकाइयों के ज्ञान के हेतु प्रोत्साहित करना तथा पार्श्वज्ञान की समीक्षा और मूल्यांकन ।

पृष्ठाधार ज्ञान

पिछले पाठों तथा पाठ-संबंधी प्रासगिक विषय का ज्ञान ।

पाठ-प्रकार समीक्षात्मक एवं मूल्यांकनात्मक ।

पाठ-ध्येय पिछले पाठों के विषयों पर पुनर्विचार तथा छात्रों द्वारा उपार्जित ज्ञान की जाँच और उनके गृह-कार्य का मूल्याकन ।

विषय वस्तुओं का विश्लेषण

पाठ 5 और 6

सतह के क्षेत्रफल की धारणा का परिचय देने के लिए श्यामपट्ट पर दो असमान रूपरेखाएँ, उनके अंदर चॉक घिसकर, खींचिए। अब प्रश्न पूछिए कि दोनो रूपरेखाओं मे चॉक घिस कर भरने मे कौन-सी रूपरेखा में अधिक चॉक लगा । तत्पश्चात् यह पूछा जाए कि बड़ी रूपरेखा भरने मे अधिक चॉक क्यों लगा । उत्तर स्पष्टतया यही होगा कि एक में श्यामपट्ट का अधिक भाग श्वेत किया गया और उसकी तुलना में दूसरी में कम।

सतह मापन की वास्तविक आवश्यकता के दिग्दर्शन के लिए पतग के एक बड़े रंगीन कागज में से त्रिभुजाकार झंडियाँ काटने की समस्या पर विचार किया जाए । इसके पूर्व किसी उचित माप की झंडियाँ दूसरे पतंग के कागज में से काटी जाएँ जिसका आकार पहले कागज के आकार का आधा हो और यह ध्यान रखा जाए कि कागज का कोई भाग बेकार न जाए । अब एक झंडी को दिखाते हुए छात्रो के सहयोग से मालूम किया जाए कि यदि कागज का कोई भाग बेकार न किया जाए तो पूरे कागज में से कितनी झंडियाँ बन सकती हैं । इस अवसर पर दो झंडियों को इस प्रकार रखा जाए कि एक आयत बन जाए । यह दिखाने के पश्चात् छात्रों से पूछा जाए कि वे ऐसे उदाहरण बताएँ जहाँ सतह के क्षेत्रफल के मापन की आवश्यकता पड़ती है । खेती से उपज की गणना करने के अतिरिक्त और भी अनेक उदाहरण इस प्रकार के हो सकते हैं जैसे (1) एक संदूक पर रंग करना (2) चमड़े के टुकड़े में से जूते का तला काटना और (3) कोई वस्त्र बनाने के लिए कपड़े के थान में से एक टुकड़ा काटना । ऐसे सब कार्यों मे यह देखना होता है कि हमारे पास कितने क्षेत्रफल की सतह है और कितने की आवश्यकता है ।

क्षेत्रफल में मूल मीट्रिक इकाइयों और उनके अपवर्तकों का ज्ञान करने के लिए यह उपयुक्त होगा कि एक वर्ग मीटर का एक माप बना लिया जाए और इसके एक ओर एक वर्ग डेसिमीटर के और एक वर्ग सेंटीमीटर के क्षेत्रफलों को रंग दिया जाए और दूसरी ओर 100 वर्ग डेसिमीटर बना लिए जाएँ और उनमें से 50 वर्ग डेसिमीटर एक एक छोड़कर रंग दिए जाएँ । इसी प्रकार एक वर्ग सेंटीमीटर भी बनाया जाए जिसमें वर्ग मिलीमीटर के वर्ग (एक एक छोड़कर) रंग दिए जाएँ (इसके लिए सेंटीमीटर वर्गांकित कागज का प्रयोग किया जा सकता है) । ऐसे वर्ग भिन्न-भिन्न इकाइयों को समझाने मे बडे उपयोगी सिद्ध होंगे (छात्रों से यह भी कहा जाए कि वर्गांकित कागज लेकर घर जाकर गणना करें कि एक वर्ग सें० मी० में कितने वर्ग मि० मी० होते है) ।

इन इकाइयों का ज्ञान कराते समय कक्षा से साधारण वस्तुओं जैसे श्यामपट्ट, पुस्तक के पन्ने, रबड़ तथा पिन आदि की सतह के क्षेत्रफल की गणना का अभ्यास कराया जाए ।

एक बड़ी इकाई, एक वर्ग किलोमीटर, जो नगरों, उपनगरों तथा देशों आदि के क्षेत्रफल की गणना में उपयोगी होती है उसका भी ज्ञान कराया जाए।

एक बेडौल वस्तु जैसे पत्ते की रूपरेखा के भीतर के क्षेत्रफल को नापने की धारणा के लिए 'वर्गांकित कागज का उपयोग कैसे किया जाए' एक वर्गांकित कागज के एक ओर एक पत्ते का चित्र (पहले से) बना लिया जाए (यदि वर्गांकित कागज न मिले तो ग्राफ पेपर का उपयोग किया जा सकता है)। तत्पश्चात् पत्ते की रूपरेखा में जो अपूर्णवर्ग हों उनमें रंग भर दिया जाए। एक पारदर्शी वर्गांकित कागज को प्रयोग में लाकर उसका उपयोग बताना चाहिए। पारदर्शी वर्गांकित कागज एक ग्राफ पेपर पर ट्रेसिंग पेपर लगाकर और रेखाएँ खींच कर तैयार किया जा सकता है। इस बात को और भली प्रकार से समझाने के हेतु दीवार के ग्राफांकित श्यामपट्ट का प्रयोग किया जा सकता है।

इस अवसर पर यह स्पष्ट करने का प्रयत्न होना चाहिए कि वर्गांकित कागज पर जितने छोटे वर्ग होंगे, आकृति का उतना ही परिशुद्ध क्षेत्रफल निकलेगा। छात्रों से कहा जाए कि एक वर्ग सेंटीमीटर वाले वर्गांकित ट्रेसिंग पेपर को तैयार करें और उससे अनियमित क्षेत्रफल वाली साधारण वस्तुओं जैसे पत्ते या सिक्के आदि के क्षेत्रफल मालूम करें।

छात्रों को कुछ साधारण नियमित आकृतियों के क्षेत्रफल निकालने के गणितीय सूत्र बता देने चाहिए।

अंत में यह भी बताना चाहिए कि वक्र सतहों के क्षेत्रफल की माप सतह को कागज द्वारा लपेट कर तथा कागज की सतह की क्षेत्रफल माप के मालूम कर सकते है। इसकी पूरी विधि छात्रों को दिखानी चाहिए।

अगले पाठ में छात्रो को साधारण आयताकार वस्तुओं (जैसे दियासलाई की डिब्बी) की सतह के क्षेत्रफल मालूम करने का ज्ञान कराना चाहिए। यह उस प्रक्रिया से बताया जा सकता है जो § 2.5 प्रयोगात्मक कार्य नं० 2 में दी गई है और जो सतह के क्षेत्रफल के मापक के बारे में है। इसके बारे में छात्रों को पहले से ही निदेशन देना चाहिए।

अगला पाठ प्रयोगात्मक कार्य नं० 2 अर्थात् सतह के क्षेत्रफल-मापन के बारे में ही होना चाहिए। इस बात पर जोर देना चाहिए कि छात्रों की पेंसिल, जिससे वे एक लकड़ी गुटके की रूपरेखा खींचें, बारीक हो। यदि लकड़ी के गुटके प्राप्त न हो सकें तो और कोई आयताकार वस्तु जैसे दियासलाई की डिब्बी ली जा सकती है। छात्रों के प्रत्येक वर्ग को प्रयोग प्रक्रम की व्याख्या कर देनी चाहिए और वे सब बातें बता देनी चाहिए जिनके बारे में रूपरेखा खीचने में सावधानी रखनी है। वस्तु की रूपरेखा खींचते समय वस्तु को दाबकर रखना चाहिए ताकि इधर-उधर हिलने न पाए।

जब विद्यार्थी प्रयोग करने मे व्यस्त हों तब अध्यापक महोदय को ऐसा अवसर मिल जाता है कि छात्रों को पहले पढ़ाए हुए पाठों में दी हुई भिन्न-भिन्न धारणाओं द्वारा प्राप्त ज्ञान का मूल्यांकन कर सकते हैं।

अध्यापक महोदय को कक्षा में घूम-घूम कर आवश्यकतानुसार छात्रों को निदेशित करना चाहिए। कुछ सरल मौखिक प्रश्न पूछते समय भी ध्येय यही होना चाहिए कि छात्र ज्ञानवर्धन के हेतु उत्साहित हों।

पाठ—7

इस धारणा को विकसित करना चाहिए कि आयतन एक भौतिक राशि है और लंबाई तथा सतह से बिल्कुल भिन्न है। इसके बारे में छात्रों को दैनिक जीवन के अनुभव बताने चाहिए जैसे दूध और मिट्टी के तेल जैसे द्रवों को आयतन के हिसाब से क्रय किया जाता है अथवा द्रव औषधियाँ भी आयतन में दी जाती हैं। इसके साथ ही साथ इस विचार को भी विकसित करना चाहिए कि द्रवों के आयतन की भाँति ठोस वस्तुओं के आयतन को भी जानने की आवश्यकता होती है। चूँकि लंबाई × लंबाई (चौड़ाई) × लंबाई (ऊँचाई) आयतन के बराबर होता है अतः आयतन लंबाई से भिन्न एक भौतिक राशि है। यह स्पष्ट कर देना चाहिए कि आयतन की माप के लिए भी इकाई होती है और इकाई आयतन की तुलना से किसी वस्तु का आयतन निकाला जाता है।

तार द्वारा एक घन मीटर का मॉडल बनाया जाए उसके चारों ओर कपड़ा या कागज लपेट दिया जाए उसको दिखाकर छात्रों को आयतन की मूल इकाई घन मीटर के बारे में समझाया जाए। छात्रों से एक घन मीटर आयतन का अनुमान लगवाया जाए। उदाहरणार्थ 9 विद्यार्थी (तीन-तीन की लाइन मे) सट कर खड़े हो जाएँ और हो सके तो उनको एक घन मीटर के तार के जाल के नीचे खडा कर दिया जाए। इस प्रकार एक घन मीटर का अनुमान कराया जा सकता है। अब छोटे और बड़े आयतनों की समस्या को लेना चाहिए। घन मीटर के अपवर्तकों के विचार के लिए अथवा समझाने के लिए घन डेसिमीटर या घन सेंटीमीटर की सहायता ली जाए और इसी प्रकार घन मिलीमीटर इकाई को भी समझाया जा सकता है। छात्रों को साधारण वस्तुओं के आयतन उचित इकाई द्वारा मालूम करने का अभ्यास कराना चाहिए तथा विद्यार्थियों को संक्षेप में घ०मी०, घ०डेसिमी०, घ०सें०मी० और घ०मि०मी० लिखकर भी बताया जाए। मीट्रिक पद्धति में आयतन की विभिन्न इकाइयों के पारस्परिक संबंधों को घन डेसिमी० और घ०सें०मी० के मॉडलों द्वारा डिमोंस्ट्रेट करके समझाना चाहिए।

अब छात्रों के सामने यह प्रश्न रखा जाए कि 'आयतन की इकाई में नियमित घन ही क्यों होते है' ? इस समस्या के समाधान के लिए समान आयतन के कुछ कंचे सटा कर यह बताने को रखे जाएँ कि कंचों के बीच एक बड़ा आयतन बनाने में कुछ जगह छूट जाती है। इस विचार को अन्य आकृतियों के लिए भी विकसित किया जा सकता है।

विद्यार्थियों को समांतर पटफलक की आकृति की वस्तुओं के आयतन निकालने के सूत्र के बारे में समझाना चाहिए। ऐसी वस्तुओं का आयतन छात्रों के सहयोग से मालूम करना चाहिए। किसी वस्तु में निहित पदार्थ का आयतन, कमरे का आयतन और किसी बरतन के आयतन और उसकी धारिता को समझने में कभी-कभी भ्रम हो जाता है। यहाँ यह स्पष्ट कर देना चाहिए कि खोखले बरतन के अंदर का आयतन उस वस्तु की धारिता होती है और वस्तु द्वारा घिरा हुआ स्थान उसका आयतन होता है।

विद्यार्थियों को द्रवों की मात्रा के मापन के बारे में समझाने के लिए एक खोखले घ०डेसिमी० के अतिरिक्त और भी साधारण माप या बरतन दिखाने चाहिए। यह समझाने को कि एक खोखले घन डेसिमीटर मे ठीक एक लिटर द्रव आ सकता है। लिटर पानी वाले बरतन के पूरे पानी को खोखले घन डेसिमी० में उँडेल दिया जाए। यही प्रयोग एक खोखले एक घ० सें० मी० और एक मिलीलिटर पानी से किया जा सकता है। एक लिटर और एक मि० लि० का संबंध इस प्रकार समझा दिया जाए कि लिटर

के पहले उपसर्ग मिली लगा हुआ है। यह जानने को कि छात्र मापों के पारस्परिक संबधों को समझ गए है ऐसे प्रश्न पूछे जा सकते हैं कि एक माप को कितनी बार भर कर उँडेलना पड़ेगा। जिससे बड़ी इकाई आयतन भाप का बरतन भर जाए।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. मीट्रिक पद्धति में आयतन की मुख्य इकाई क्या है ?

2 मीट्रिक पद्धति मे इकाई आयतन के अपवर्तक बताओ और हर एक का घन मीटर से सबध बताओ।

3. एक घ० मी०, एक घ० डेसिमी०, एक घ० से० मी०, एक घ० मि० मी० आयतन कितना होता है ? अपने उत्तरों को कुछ साधारण वस्तुओं के उदाहरणों से समझाकर बताओ।

4. आयतन की इकाइयाँ घन रूप मे ही क्यो होती है।

5. एक खोखले बरतन के आतरिक आयतन से क्या समझते हो ? (क) धारिता नापने की क्या इकाइयाँ होती है ? (ख) एक लिटर और एक मि० लिटर धारिताओ के बारे मे क्या जानते हो ?

गृह कार्य—निम्नलिखित वस्तुओं के आयतन का अनुमान करो।

1. (क) अपनी भौतिकी की पुस्तक,
   (ख) कोई सूटकेस या सन्दूक।

2. लकड़ी की लुगदी अथवा प्लास्टीसीन जैसे मुलायम पदार्थ मे से एक घ० सें० मी० और एक घ० मि० मी० के घन बनाओ।

3. एक गत्ते का अथवा मोटे कागज से खोखले घन की आकृति का एक संदूक बनाओ जिसकी एक फलक का क्षेत्रफल एक वर्ग डेसिमी० हो। इसके अन्य फलको पर एक-एक व० से० मी० के वर्ग बनाओ। इनकी सहायता से मालूम करो कि एक घ० डेसिमी० में कितने घ० सें० मी० होते है।

पाठ 8 तथा 9

सातवें पाठ की विषय वस्तु का और विशेषकर मीट्रिक पद्धति मे आयतन की भिन्न-भिन्न इकाइयों के पारस्परिक संबध के पुनरावर्तन के पश्चात् यह समस्या उठानी -चाहिए कि अनियमित ठोस वस्तुओं जैसे ताले की कुंजी का आयतन कैसे निकाला जा सकता है ? इस विषय पर विचार करने के पश्चात् मापक बरतन की आवश्यकता पर बल दिया जा सकता है। तदनंतर नियमित और अनियमित बरतनों के बारे में जानकारी हो जाएगी। इस अवसर पर विभिन्न प्रकार के मापक बरतनो का निदर्शन करना चाहिए और साथ ही साथ मापक बरतनों के अंशांकन प्रक्रम का भी। छात्रों के सहयोग से कुछ मापक बरतनों के लघुतम अंशांकन का मान निर्धारित करना चाहिए। यह भी स्पष्ट कर देना चाहिए कि भिन्न-भिन्न मापक बरतनो मे भिन्न-भिन्न प्रकार के अंशांक और भिन्न-भिन्न धारिताएँ होती हैं। परंतु लघुतम अंशांकन का जितना छोटा मान होगा उतना ही परिशुद्ध माप का परिणाम होगा। अनियमित वस्तुओं का आयतन उनके अनुरूप मापक बरतन द्वारा मालूम किया जा सकता है। इसकी निरूपण विधि में भिन्न-भिन्न व्यवस्थाओं तथा पूर्वाधानों का उल्लेख करना नितान्त आवश्यक है। निस्संदेह छात्र अगले पाठ में इस प्रक्रम को भली-भाँति समझ जाएँगे तथापि उचित मापक बरतन का चयन और उसकी प्रयोग विधि को स्पष्ट कर देना हितकर होगा ताकि जब वे प्रयोग कर रहे हों तो उनके ज्ञान का मूल्यांकन

किया जा सके। मापक बरतन को प्रयोग में लाते समय पानी के तल के परिशुद्ध पठन पर विशेष ध्यान देना चाहिए। इसके साथ ही साथ ऐसी छोटी अनियमित वस्तुओं का आयतन मापक बरतन द्वारा निकालने की विधि बता देनी चाहिए जो पानी पर तैरती है।

अगला प्रश्न यह हो सकता है कि ऐसी ठोस अनियमित वस्तुओं का, जो किसी मापक बरतन में आ ही न सके आयतन कैसे मालूम किया जाए। इस शका-समाधान की परिचर्चा मे अप्लावी बरतन के उपयोग के बारे मे बताया जा सकता है और यह भी कि इसके द्वारा ठोस वस्तुओं का आयतन मालूम किया जा सकता है क्योंकि जितना पानी ठोस वस्तु ऊपर को उठाती है वही वस्तु का आयतन होता है।

छात्रो को यह बताना उचित होगा कि अगले पाठ में प्रयोगात्मक कार्य न० 3 किया जाएगा, ताकि वे तत्संबंधी प्रक्रम से अवगत हो जाएँ। उनसे यह भी कह देना चाहिए कि वे अगले पाठ से पहले एक परीक्षा के लिए भी तैयार रहें और एक निश्चित तिथि तक मूल्यांकन के लिए अपना गृह कार्य भी दिखाएँ।

अगला पाठ प्रयोगात्मक कार्य नं० 3 अर्थात् एक बोतल की धारिता का मापन और एक अनियमित वस्तु का आयतन मालूम करने से संबंधित होना चाहिए। इसके लिए छात्रों के प्रत्येक वर्ग को एक-एक मापक (बरतन) सिलिंडर देना चाहिए। इसके लिए यह उचित होगा कि वांछित संख्या मे परखनलियों को अंशाकित कर लिया जाए। इस कार्य के लिए एक दो विद्यार्थियों की सहायता ली जा सकती है जिनको यह सिखा दिया जाए कि परखनली की पूरी लंबाई पर कागज की पतली सी पट्टी चिपका दी जाए। इसके लिए सेलोटेप उपयोगी रहेगा और फिर एक-एक मि० लि० रंगीन द्रव डाल कर उन पट्टियों को अंशांकित कर दिया जाए। पहले 3 मि० लि० तक अंशांकन न किया जाए। 15 से० मी० लंबी परखनली द्वारा लगभग 30 मि० लि० तक का मापक बरतन बनाया जा सकता है। परखनली को बिलकुल उर्ध्वाधर स्थिति में रखा जाए। यद्यपि पिछले पाठ में छात्रों को वे दोनों प्रयोग करके दिखा दिए गए है जिन्हें उनको करना है, तथापि यह उचित होगा कि दोनों प्रयोगों के प्रक्रम को एक बार फिर समझा दिया जाए और पानी के तल की पठन विधि ठीक तौर से बता दी जाए। इसके अतिरिक्त प्रयोग करते समय सभी आवश्यक विधियों से अवगत करा दिया जाए।

जब विद्यार्थी प्रयोग करते हों तो अध्यापक को ऐसा अवसर मिल जाता है कि वे विद्यार्थियों को पिछले पाठ मे दी हुई भिन्न-भिन्न धारणाओं के ज्ञान का मूल्याकन कर सकें और जहाँ आवश्यक समझे उचित निदेश दे।

सरल मौखिक प्रश्नो के पूछने का उद्देश्य यह होना चाहिए कि विद्यार्थी अपने ज्ञान का उपयोग कर सके।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. एक मापक बरतन में पानी के तल का पठन करते समय अपनी आँख को किस स्थिति में रखोगे।
2. एक दवात की धारिता किस प्रकार मालूम करोगे ?
3. एक छोटी-सी ठोस वस्तु का आयतन किस प्रकार मालूम करोगे ?

4. यदि ठोस वस्तु पानी पर तैरती है तो उसका आयतन मालूम करने के लिए क्या करोगे ?
5. एक बड़ी ठोस वस्तु का आयतन किस प्रकार मालूम करोगे ?

गृह कार्य

छात्रों से कहा जाए कि साधारण कनस्तरों से उत्प्लावन बरतन बनाएँ या बनवाएँ और उनसे प्रयोग करें तथा आयतन आदि निकालें। उनसे यह भी कहा जाए कि निम्नलिखित कार्यों को समझाने के लिए चार्ट और आरेख चित्र बनाए।

1. भिन्न प्रकार के मापक बरतन।
2. साधारण उपयोग के कुछ द्रव-मापक बरतन।

पाठ—10

चूंकि समीक्षा और मूल्यांकन के लिए यह दूसरा पाठ है, छात्रों से आशा की जाती है कि लंबाई मापन के पाठ का गृह कार्य अधिक अच्छी तरह किया गया होगा। उनके गृह कार्य के मूल्यांकन के अतिरिक्त एक परीक्षा भी ली जा सकती है। परीक्षा पाठ्य-पुस्तकों के उन्हीं पाठों के प्रश्नों मे से होनी चाहिए जो सतह और आयतन के मापन के बारे में ही हो। इसके अतिरिक्त अध्यापक महोदय उन पाठों से संबंधित अन्य सरल प्रश्न बना सकते है।

इस बात पर फिर जोर डालने की आवश्यकता है कि ऐसी परीक्षाओं एवं मूल्यांकन वाले पाठ का उद्देश्य छात्रों का ज्ञान बढ़ाने के हेतु 'सीखो और करो' द्वारा उत्साहित करना है न कि कठिन प्रश्नों से उन्हें भ्रम में डालकर निरुत्साहित करना। अतएव परीक्षा का मानक ऐसा हो जिससे कक्षा का एक औसत छात्र भी अच्छी तरह लाभ उठा सके।

तृतीय अध्याय

बल, भार और दाब

निहित विचार

मुख्य विचार	गौण विचार
1. किसी वस्तु की गति अवस्था, विराम अवस्था अथवा उसके आकार में परिवर्तन का कारण बल होता है।	किसी वस्तु की गति अथवा विराम अवस्था में परिवर्तन अथवा किसी भी अन्य प्रकार की विकृति पेशीय बल द्वारा की जा सकती है। भौतिकी में जब किसी वस्तु पर इस प्रकार के प्रभाव दृष्टिगोचर होते है तो यह निष्कर्ष निकाला जाता है कि वस्तु पर बल लग रहा है। निम्नलिखित प्रकार के बलों के बारे में विचारों का विकास किया जा सकता है। (i) धकेलने अथवा खींचने आदि में पेशीय बल लगाया जाता है। (ii) यांत्रिक बल विकृत कमानी (संपीड़ित कमानी) के स्वतंत्र करने पर इसके द्वारा लगाए जाने वाला बल। (iii) वैद्युत आकर्षण एवं प्रतिकर्षण (iv) चुम्बकीय आकर्षण तथा प्रतिकर्षण (v) आणविक आकर्षण तथा प्रतिकर्षण : आणविक आकर्षण तथा प्रतिकर्षण बल, पदार्थों में कणों के परस्पर सहबंधन का कारण है।
2. बल भौतिक राशि है जिसकी माप उस बल की तुलना से की जाती है जिसको बल की इकाई माना जाता है।	एक ही वस्तु पर लगे विभिन्न बल विभिन्न प्रभाव उत्पन्न करते है। उत्पन्न प्रभावों से बलों का परिमाण मालुम पड़ता है। प्रामाणिक बल को

इकाई मान कर तथा उससे तुलना करके बल-मापन के लिए कमानी एक सरल युक्ति है। अंतर्राष्ट्रीय माप-तौल ब्यूरो फ्रांस (पैरिस) के समीप बड़ी सावधानी से रखे एक प्रामाणिक किलोग्राम पर लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल को बल की इकाई मानते है। इस इकाई को किलोग्राम भार तथा संक्षेप में कि० ग्रा० भार (या कि० ग्रा० बल) कहते है।

1 किलोग्राम भार=1000 ग्राम भार

बल की दूसरी इकाई न्यूटन है। न्यूटन को संक्षेप में 'N' से प्रदर्शित किया जाता है। एक न्यूटन= $\frac{1}{9 \cdot 8}$ किलोग्राम भार। बल मापन के लिए बल की इकाइयों में किसी कमानी को अंशांकित किया जा सकता है। कमानीदार तुला एक ऐसी ही युक्ति है। विभिन्न बलों की माप के लिए विभिन्न कमानियों को प्रयोग में लाया जाता है।

3. बल एक सदिश भौतिक राशि है। इसके परिणाम के साथ-साथ इसके लगने की दिशा भी बताई जाती है।

ग्राफीय विधि द्वारा बल का प्रदर्शन तीर जैसी रेखा द्वारा किया जाता है। रेखा की लंबाई से बल के परिमाण का बोध होता है। बल का परिमाण एक नियत पैमाने पर आधारित रेखा की लंबाई के समानुपात में होता है और तीर की दिशा से बल के लगने की दिशा का बोध हो जाता है।

दो या दो से अधिक बलों को, उनके परिमाण के अतिरिक्त उन की दिशाओं का विचार करके जोड़ा जाता है। एक ही दिशा में लगने वाले बलों के परिमाणों को जोड़ दिया जाता है। जब बल विपरीत दिशाओं में लगे होते हैं तब उनके परिमाणों का अंतर परिणामी बल का मान होता है। दो बराबर-बराबर परिमाण वाले बल यदि विपरीत दिशाओं में लगे हों तो प्रभाव निष्फल हो जाता है (अर्थात् दोनों का प्रभाव विपरीत दिशा में बराबर होता है)।

4. भार की दिशा पृथ्वी पर किसी स्थान की विशिष्टता होती है।	किसी भी स्थान पर वस्तु का भार पृथ्वी के केन्द्र की ओर होता है। वस्तु के केन्द्र और पृथ्वी के केन्द्र को मिलाने वाली रेखा उस स्थान पर ऊर्ध्वाधिर दिशा को प्रदर्शित करती है।
5. वस्तु का भार पृथ्वी तथा वस्तु के मध्य आकर्षण बल को बताता है। यह केवल वस्तु पर ही निर्भर नहीं करता बल्कि पृथ्वी के केन्द्र से वस्तु की स्थिति पर भीनिर्भर करता है।	पदार्थ की जितनी मात्रा किसी वस्तु में होती है उसी पर उसका भार निर्भर करता है। वस्तु का भार स्थान की ऊँचाई तथा अक्ष रेखा के अनुसार बदलता रहता है। प्रामाणिक किलोग्राम का भार केवल पैरिस के निकट रखे हुए इकाई किलोग्राम के बराबर होता है।
6. किसी सतह पर लंब रूप मे लगने वाले बल को प्रणोद कहते है।	किसी वस्तु की सतह पर रखा किसी अन्य वस्तु का भार वस्तु की सतह पर प्रणोद लगाता है। अन्य कोई भी बल जिस सतह पर लगता है उस पर प्रणोद लगा सकता है। जिन इकाइयों में बल की माप की जाती है उन्हीं इकाइयों में प्रणोद की माप की जाती है। कुछ परिस्थितियों में एक बल का प्रभाव अधिकतर प्रति वर्ग इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाले प्रणोद के कारण होता है। एक ही प्रणोद विभिन्न सतहों पर लगने पर विभिन्न प्रकार के प्रभाव उत्पन्न करता है। इसलिए इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाले प्रणोद से बल के प्रभाव का अनुमान हो जाता है। दाब, प्रणोद और क्षेत्रफल निम्नलिखित गणितीय सूत्र के अनुसार संबंधित है। $\text{दाब} = \dfrac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्रफल (जितने पर दाब पड़े)}}$ भौतिकी मे किसी अज्ञात राशि का मान ज्ञात राशियो की सहायता से मालूम करने के लिए एक सूत्र गणितीय संक्रिया का संक्षिप्त रूप होता है। दाब इकाई। 'एक इकाई क्षेत्रफल की बल इकाई' हो तीहै अर्थात् : $\dfrac{\text{किलोग्राम भार}}{\text{वर्ग मीटर}}$ । हमारे दैनिक जीवन तथा उद्योगों में दाब का बडा महत्त्व है।

पाठ आयोजना

पाठ – 1

विषय वस्तु	**बल क्या है ? बलों का स्पष्ट वर्गीकरण ।**
पृष्ठाधार ज्ञान	पेशीय तथा अन्य प्रकार के बलों से प्रभावित व्यवहारिक घटनाओं की जानकारी । छात्रों को ऐसे अनुभव तथा जानकारी, खिलौनों से खेलते समय या अन्य ऐसे अवसरों पर होती रहती है ।
पाठ-प्रकार	परिचयात्मक तथा धारणात्मक
पाठ-ध्येय	**धारणात्मक :** (क) जब दो या दो से अधिक वस्तुएँ अन्योन्य क्रिया करती है तब इसका आशय यह होता है कि उनके बीच कोई बल कार्य कर रहा है । (ख) बल के कारण किसी वस्तु की गतिशील अथवा विराम अवस्था में परिवर्तन हो सकता है । वस्तु विकृत हो सकती है । उसका रूप बदल सकता है । एक समय में बल का एक भी प्रभाव हो सकता है और अधिक प्रभाव भी उत्पन्न हो सकते है । **सूचनात्मक :** (क) बलों का वर्गीकरण संबंधित घटनाओं (जैसे यांत्रिक, गुरुत्वाकर्षणीय, वैद्युत और चुंबकीय) के होने के अनुसार किया जा सकता है । (ख) बल क्रिया से संबंधित कुछ सरल स्थितियों के सामान्य उदाहरणों का पुनरावाहन । (ग) बल दृष्टिगोचर नहीं होता है परंतु उसका प्रभाव देखा जा

सकता है अथवा उसको अनुभव किया जा सकता है।

क्रिया कलात्मक : (क) निम्नांकित परिवर्तनों के लिए पेशीय बल का निरूपण।

(i) वस्तु की अवस्था मे परिवर्तन (गतिशील अवस्था से विराम अवस्था मे और विराम अवस्था से गतिशील अवस्था में),

(ii) वस्तु की दिशा में परिवर्तन,

(iii) वस्तु में विकृति अथवा विरूपण,

(iv) दो वस्तुओं के मध्य संपीड़ित कमानी के लगे होने के कारण उनमें अन्योन्य क्रिया,

(v) दो वस्तुओं में कमानी के खिचने के कारण अन्योन्य क्रिया,

(ख) निम्नलिखित बलों द्वारा उत्पन्न कुछ प्रभाव

(i) यान्त्रिक बल
(ii) घर्षण बल
(iii) गुरुत्वाकर्षण बल
(iv) वैद्युत बल
(v) चुम्बकीय बल, तथा
(vi) आणविक बल

पाठ—2

विषय वस्तु	**बल का नापना**
पृष्ठाधार ज्ञान	कुछ आदेश राशियाँ—लंबाई, क्षेत्रफल तथा आयतन आदि के नापने का ज्ञान, दैनिक जीवन में विभिन्न प्रकार के तथा परिमाणों के बलों से उत्पन्न प्रभावों की जानकारी, और कमानीदार तुला का ज्ञान, छात्रों ने दुकानों पर चुंगी पोस्टों अथवा नाकों पर और संभवतः प्राथमिक कक्षाओं में कमानीदार तुलाओं को देखा होगा।
पाठ-प्रकार	धारणात्मक
पाठ ध्येय	**धारणात्मक :** (क) बल एक भौतिक राशि है। बल की माप बल मापन के लिए स्वीकृत इकाई द्वारा उत्पन्न प्रभाव और किसी बल द्वारा उत्पन्न प्रभाव की तुलना से की जा सकती है। इकाई किलोग्राम भार (अथवा इकाई किलोग्राम बल) का ज्ञान अथवा अनुभव एक प्लास्टिक के थैले में एक लिटर पानी भर कर तथा उसे हाथ पर रख कर किया जा सकता है। (ख) एक उपयुक्त बल वाली कमानी की सहायता से तथा उस पर बलों द्वारा उत्पन्न प्रभावों की तुलना से बलों की माप की जा सकती है। (ग) बलों की माप के लिए, प्रत्यास्थ सीमा के अंतर्गत कमानी को

अंशांकित किया जा सकता है।

सूचनात्मक : (क) एक किलोग्राम भार= 1000 ग्राम भार

कमानीदार तुला का सिद्धांत तथा निर्माण, कमानीदार तुला की व्यवहार क्रिया। बल की प्रामाणिक इकाई पैरिस के निकट स्थान पर प्रामाणिक किलोग्राम पर आरोपित गुरुत्वबल के बराबर होती है।

(ख) कमानीदार तुलाएँ विभिन्न श्रेणियों की तथा विभिन्न मापों की होती है। किसी बल के मापन के लिए उपयुक्त कमानीदार तुला को उपयोग में ला सकते हैं।

(ग) एक रबड़ बैंड की सहायता से एक कमानीदार तुला बनाई जा सकती है। ऐसी तुला से उस (बल) सीमा तक निकटतम माप की जा सकती है जिसमे रबड़ का वितान तथा बल हटाने पर संपीड़न बराबर होते है। कमानीदार तुला से उतने बल तक की ही माप करनी चाहिए जितने बल तक के लिए वह अंशाकित हो।

क्रिया कलात्मक : (क) दो विभिन्न कमानियों पर विभिन्न बोझ लटका कर उन पर होने वाले प्रभावों का निरूपण। प्रत्यास्थ सीमा के अंतर्गत कमानी

को अंशांकित करना तथा इससे किसी अज्ञात बल (पेशीय बल अथवा किसी उपयुक्त पत्थर के भार) की माप करना।

(ख) विभिन्न प्रकार व विभिन्न श्रेणियों की कमानीदार तुलाओं का निदर्शन।

(ग) खिंचाव बल तथा घर्षण बल मापन के लिए कमानीदार तुला का प्रयोग।

पाठ—3

विषय वस्तु — **किसी वस्तु का भार-विचार, ऊर्ध्वाधर दिशा और बलों का ग्राफीय प्रदर्शन।**

पृष्ठाधार ज्ञान — पहले पाठों का बल-संबंधी अर्जित ज्ञान, पृथ्वी के रूप तथा आकार की जानकारी, कुछ सामान्य ज्ञान जैसे मकान सीधे बनाए जाते है या खंभे सीधे गाड़े जाते हैं।

पाठ-प्रकार — परिचयात्मक एवं धारणात्मक।

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक :** (क) पृथ्वी के गुरुत्व बल के कारण वस्तु द्वारा उसके सहारे पर आरोपित बल वस्तु का भार होता है। जब वस्तु का सहारा स्थिर नही होता है तब भार में परिवर्तन हो जाता है। वस्तु का भार पृथ्वी के सापेक्ष वस्तु के सहारे पर भी निर्भर करता है।

(ख) किसी स्थान पर गुरुत्वाकर्षण बल की दिशा उस स्थान की ऊर्ध्वाधर दिशा होती है।

(ग) बलों को ग्राफीय विधि द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। प्रदर्शन के लिए एक रेखा खंड खींचा जाता है। रेखा खंड में बल की दिशा प्रदर्शन के लिए एक तीर लगा दिया जाता है और रेखा खंड की लंबाई से किसी उपयुक्त पैमाने पर बल का परिमाण प्रदर्शित होता है।

सूचनात्मक : (क) बल का प्रभाव, बल के परिमाण, दिशा और लगाव बिन्दु की स्थिति पर निर्भर होता है।

(ख) भवनों, मीनारों और खंभों के निर्माण में ऊर्ध्वाधिर दिशा का विचार-योग अत्यंत महत्त्वपूर्ण है। इस दिशा की जाँच-पड़ताल एक सरल युक्ति से की जा सकती है। इस यक्ति में धागे से लटका हुआ एक बोझ (भार) होता है। इसे साहुल सूत्र कहते है।

(ग) एक ही वस्तु पर लगे दो या दो से अधिक बलों को ग्राफीय विधि द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। एक ही वस्तु पर तथा एक ही दिशा में लगे बलों का सम्मिलित प्रभाव उन दोनों बलों के परिमाणों के योग के बराबर होता है।

क्रिया कलात्मक : (क) एक वस्तु पर लगे बल के परिमाण, दिशा और लगाव-बिन्दु के प्रभाव का डिमोंस्ट्रेशन,

(ख) साहुल सूत्र की रचना तथा उपयोगों का डिमोंस्ट्रेशन, और

(ग) एक ही सरल रेखा तथा एक ही दिशा में लगे दो बलो के संयोजन का डिमोंस्ट्रेशन।

पाठ—4 तथा 5

विषय वस्तु

प्रणोद तथा दाब पर विचार। जीवन तथा शिल्प-विज्ञान में प्रणोद तथा दाब का अध्ययन और एक अभियान।

पृष्ठाधार ज्ञान

सतह पर लांबिक रूप से लगने वाले बलों से संबंधित परिस्थितियो की जानकारी। बल से प्रभावित आधार क्षेत्रफलों के कम या अधिक होने पर बल के प्रभावों का अंतर। ड्राइंग पिन का लगाना, एक क्षैतिज सतह को क्षैतिज दिशा में तथा लाबिक दिशा मे बल लगाकर खीचना तथा धकेलना। कीचड़ में बिना तख्ता रखे चलना और फिर तख्ता रखकर तख्ते के ऊपर चलने का अनुभव।

पाठ-प्रकार

परिचयात्मक तथा धारणात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : (क) सतह पर लगने वाले लांबिक बल को प्रणोद कहते हैं। यह आवश्यक नहीं है कि किसी सतह पर लगा संपूर्ण बल सदैव उपयोगी रहे, परंतु सतह पर लगा लांबिक बल पूर्णरूपेण प्रभावशील होता है।

(ख) प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाला प्रणोद (जो

'दाब' कहलाता है) जीवन तथा उद्योगों में बड़ा महत्त्व-पूर्ण होता है।

(ग) दाब, प्रणोद और क्षेत्रफल तीनों राशियाँ आपस में संबंधित हैं और उनका संबंध निम्नलिखित सूत्रों के अनुसार है।

$$\text{दाब} = \frac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

सूचनात्मक : (क) प्रणोद की माप बल की इकाइयों में की जाती है।

(ख) दाब की इकाई इसकी परिभाषा से व्युत्पन्न है $\frac{\text{प्रणोद}}{\text{क्षेत्रफल}}$। इसकी सामान्य इकाई ग्राम भार/वर्ग सें० मी० होती है।

(ग) काटने तथा छेद करने वाले औजारो के बनाने में यही विचार रखा जाता है कि उन से अधिकाधिक दाब सुगमता से लग सके। अनेक परिस्थितियों में वस्तु का भार उपयुक्त रूप में उसके आधार पर विभाजित हो जाता है। उदाहरणार्थ भारी या बड़ी गाड़ियों में कई पहिए लगे होते है। दींवार की नीव की चौड़ाई उसकी ऊपर की चौड़ाई की अपेक्षा काफी अधिक रखी जाती है।

क्रिया कलात्मक : (क) (i) मोटी कील अथवा ड्राइंग पिन को ड्राइंग बोर्ड में लगाने

का डिमोंस्ट्रेशन, परिचर्चा कि कौन-सी युक्ति अधिक सुगम है और क्यों ?

(ii) ड्राइंग पिन को ड्राइंग बोर्ड मे लगाते समय बल की दिशा का डिमोंस्ट्रेशन ।

(ख) एक छोटी मेज को बालू में रखकर उसका विभिन्न गहराइयो तक बालू में धँसने का निदर्शन तथा यह दिखाना कि दाब (i) क्षेत्रफल और (ii) प्रणोद दोनों पर निर्भर होता है ।

(ग) नोकीले तथा तेज औजारों की उपयोगिता की दाब और प्रणोद के विचार से परिचर्चा तथा उनका निदर्शन ।

पाठ—6

विषय वस्तु — **बल, भार और दाब संबंधित सरल संख्यात्मक प्रश्नों को हल करना ।**

पृष्ठाधार ज्ञान — तृतीय अध्याय के पाठों से अर्जित ज्ञान पर विचार ।

पाठ-प्रकार — परिचयात्मक एवं समीक्षात्मक

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक :** (क) बल तथा भार संबंधी संख्यात्मक प्रश्नों को ग्राफीय विधि द्वारा तथा सरल गणनात्मक विधि द्वारा हल करना ।

(ख) ज्ञात राशियों को सूत्र मे लगाकर अज्ञात राशि की गणना करना। इसके लिए राशियों के मान उपयुक्त इकाइयों में होने चाहिए।

सूचनात्मक : अभ्यास 7, 8 और 9 के प्रश्नों संबंधी तथ्यों तथा संख्यात्मक मानों को एकत्र करके उनको समझना और हल करना।

क्रिया कलात्मक : क्षैतिज रूप में समतल की हुई बालू की सतह पर एक ईट का विभिन्न गहराइयों तक धँसने का निदर्शन। ईट की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई की माप से प्रत्येक परिस्थिति में प्रभावित क्षेत्रफल की तथा बालू में धँसने की गहराई की माप। ईंट का भार भी ज्ञात करना, यह समझाने के लिए कि ईंट का भार तो प्रत्येक स्थिति में बराबर ही रहता है परंतु उसके धँसने की गहराई की माप तीनों स्थितियों में अलग-अलग रहती है।

पाठ—7

विषय वस्तु — **छात्रों द्वारा बल, प्रणोद और दाब-संबंधी अर्जित ज्ञान की समीक्षा तथा मूल्यांकन।**

पृष्ठाधार ज्ञान — तृतीय अध्याय के पाठों का अर्जित ज्ञान

पाठ-प्रकार — समीक्षात्मक एवं मूल्यात्मक।

पाठ-ध्येय — इस अध्याय के पिछले पाठ के अंतर्गत जानकारी की समीक्षा करना और छात्रों के अर्जित ज्ञान का तथा उनके गृह कार्यो का भी मूल्यांकन करना।

विषय वस्तु विश्लेषण

पाठ — 1

इस पाठ का मुख्य ध्येय सामान्य रूप से बल-धारणा का विकास करना तथा छात्रों को बलों के विविध उद्गमों के बारे में ज्ञान कराना है। किसी वस्तु को धकेलना, खींचना अथवा वस्तु को विकृत करना, ऐसे सब कार्यों में पेशीय बल का उपयोग होता है। छात्रों को ऐसी साधारण बातों का ज्ञान कराना है। यह प्रश्न पूछा जा सकता है कि 'यह कब कहा जा सकता है कि अमुक वस्तु पर पेशीय बल लग रहा है।' इसके उत्तर की परिचर्चा में *बल के प्रभाव और कारण (करण-कारण) पर पहुँचा जा सकता है तथा* इस विचार पर भी कि बल लगने के फलस्वरूप वस्तुओं में अन्योन्य क्रिया होती है। छात्रों को यह भली-भाँति बता देना चाहिए कि बल हमें दिखाई नहीं देता है परंतु बल के प्रभाव (एक या अधिक) दृष्टि गोचर हो सकते हैं। बल के लगने के फलस्वरूप वस्तु की अवस्था में (गतिशील से विराम अवस्था तथा विराम अवस्था से गतिशील अवस्था) तथा वस्तु की गति की दिशा मे परिवर्तन दिखाई देते हैं अथवा महसूस होते है। वस्तु का विकृत होना उसकी अवस्था परिवर्तन के अंतर्गत ही बताया जा सकता है, क्योंकि वस्तु के किसी भाग में परिवर्तन का होना वस्तु का विकृत होना समझना चाहिए।

बल-क्षेत्र के विचार का विकास वस्तुओं के पारस्परिक संयोग न होने पर भी किया जा सकता है। चुंबकीय बलों से, चुंबक तथा लोहे के एक टुकड़े का आकर्षण तथा प्रतिकर्षण बलों द्वारा वस्तु से बिना संपर्क किए वस्तु पर बल के प्रभाव का दिग्दर्शन भली-भाँति कराया जा सकता है। ऐसे निदर्शन वैद्युत और गुरुत्वाकर्षण बलों का ज्ञान सरलता से कराने में सहायक होते है। पृथ्वी से दूर वस्तुओं पर गुरुत्वाकर्षण के बल का विचार बड़ा महत्त्वपूर्ण है। क्योकि इससे स्पष्ट होता है कि वस्तु अपने आधार पर ही दाब क्यों डालती है तथा 'जैसे-जैसे वस्तु पृथ्वी तल से (ऊपर) दूर जाती है, तैसे-तैसे उसका भार कम होता जाता है' इसकी व्याख्या भी हो जाती है।

छात्रों को यह भली-भाँति स्पष्ट कर देना चाहिए कि जब किसी वस्तु पर बल-प्रभाव दृष्टि-गोचर होता है तब दो या दो से अधिक वस्तुओं में अन्योन्य क्रियाएँ होती है। परंतु हमको सदैव अन्योन्य *क्रिया में निहित अन्य वस्तुओं का विचार नहीं करना चाहिए। भौतिकी के व्यवहार के अनुसार हम वस्तु* पर लगे बल तथा उसके एक या अधिक प्रभाव की चर्चा करते है।

अलग-अलग तरह के बलों के उद्गमों का ज्ञान छात्रों को प्रयोग द्वारा कराना चाहिए तथा यांत्रिक, चुंबकीय, वैद्युत और गुरुत्वाकर्षण बल के लिए निदर्शन करना चाहिए। गतिशील वस्तु कुछ समय चल कर रुक जाती है। इसके 'कारण-करण' की चर्चा करते हुए छात्रों को घर्षण बल से अवगत कराना चाहिए।

इस तरह से छात्रों को यह बता देना चाहिए कि बल की माप उसके द्वारा उत्पन्न प्रभाव से की जाती है।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. क्या बल दिखाई देता है ?

2. यह कैसे जाना जाता है कि वस्तु पर बल लग रहा है ?
3. विभिन्न प्रकार के उन प्रभावों को बताओ जो किसी वस्तु में बल लगने से उत्पन्न होते हैं प्रत्येक प्रभाव का उदाहरण दो ।
4 क्या किसी वस्तु में बल लगने से सदैव तीनों प्रभाव उत्पन्न होते है ?
5. विभिन्न प्रकार के बलों के नाम बताओ ।

पाठ—2

इस पाठ का मुख्य ध्येय यह होना चाहिए कि छात्रों को बल की इकाई, किलोग्राम भार तथा कमानीदार तुला के प्रयोग और कार्यप्रणाली से अवगत कराना है। इसके लिए निम्नलिखित प्रकार के प्रश्न छात्रों से पूछे जा सकते हैं और उनके उत्तर पर परिचर्चा की जा सकती है ।

(i) क्या बल की माप की जा सकती है ? कैसे ?

(**उत्तर**—हाँ, प्रामाणित बल को इकाई मानकर बल द्वारा उत्पन्न प्रभाव की माप से) ।

(ii) प्रामाणिक बल किसको माना जा सकता है ?

(अध्यापक महोदय किलोग्राम भार तथा इसके अपवर्तकों तक ही सीमित रहे) ।

(iii) बलों की तुलना किस प्रकार की जा सकती है ?

(कमानी की विकृति, वितान तथा संपीड़न दोनो तक ही सीमित रहें और सरल-सी तुलना के लिए रबड़ बैंड का व्यवहार लिया जा सकता है)

(iv) क्या बल मापन के लिए कमानी को अंशांकित किया जा सकता है ?

(v) कमानीदार तुला से बल नापते समय किन-किन बातों का ध्यान रखना चाहिए ?

(vi) क्या कमानीदार तुला द्वारा सब प्रकार के बलों की माप की जा सकती है ?

(vii) क्या 500 ग्राम भार तक का बल मापने वाली कमानीदार तुला से एक किलोग्राम का भार नापा जा सकता है ?

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. मीट्रिक पद्धति में बल की मुख्य इकाई बताओ ।
2. एक किलोग्राम भार कितना होता है ?
3. एक किलोग्राम भार और एक ग्राम भार में पारस्परिक संबंध क्या है ?
4. बल-मापन की किसी सरल युक्ति को बताओ तथा इस युक्ति का कार्य सिद्धांत बताओ ।
5. (i) खिंचाव बल और (ii) वस्तु के भार की माप किस प्रकार करोगे ?

गृह कार्य

उपयुक्त रबड़ बैंड और अन्य उपयुक्त कंचों तथा सिक्के आदि के भारों की सहायता से एक कमानीदार तुला बनाने के लिए छात्रो से कहना चाहिए। ऐसी वस्तुओं का जो प्रयोग में लाई जाएँ, उनको औसत भार भी बता देना चाहिए। बराबर भारों के लटकाने के फलस्वरूप बराबर-बराबर वितानों तथा संपीड़न के बारे में भी छात्रों का यथेष्ट निदेशन करना चाहिए। उन्हें तुलाओं के नापने की क्षमता के विषय

में भी बताना चाहिए। उत्तम तो यह होगा कि अध्यापक महोदय स्वय एक कमानीदार तुला बनाकर छात्रों को दिखाएँ।

पाठ—3

इस पाठ का मुख्य ध्येय यह हो कि छात्रों को बताया जाए कि भार एक बल होता है। भार वस्तु और पृथ्वी की पारस्परिक क्रिया के फलस्वरूप होता है (चूँकि पृथ्वी बहुत बड़ी है अतः वस्तु के स्वतंत्र रूप से गिरते समय, वस्तु पृथ्वी की ओर आती हुई दिखाई देती है)। ऊर्ध्वाधर दिशा का ज्ञान भली-भाँति विकसित करना चाहिए। इसके लिए यदि यह प्रश्न किया जाए तो ठीक होगा कि 'यदि दीवार सीधी न बनाई जाए तो क्या होगा'। प्रश्नोत्तर-परिचर्चा अवधि में ऊर्ध्वाधर दिशा का ज्ञान अच्छी तरह विकसित हो सकता है।

भौतिकी में अधिकतर वस्तु पर लगे बलों का ही अध्ययन होता है। इसलिए छात्रों को बलों के संयोजन और प्रदर्शन की ग्राफीय विधि का ज्ञान कराना आवश्यक है। इस अवसर पर बल के परिमाण, दिशा और लगाव-बिन्दु का ज्ञान (निदर्शन के उपरांत) ही संभव है। निदर्शन अवधि मे, यदि कुछ परिवर्तन होता है तो छात्र बल के प्रभाव अथवा प्रभावों को देख सकते हैं।

इसी अवस्था में एक ही सरल रेखा में लगे दो बलों के सयोजन के बारे में बताना चाहिए। इस प्रकार के ज्ञान से अगले पाठों के जैसे 'वस्तुओं का प्लवन' आदि समझने में सरलता होगी और अच्छी पृष्ठभूमि बन जाएगी।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. एक वस्तु का भार 4 किलोग्राम भार है। इस कथन से तुम क्या समझते हो? क्या इस वस्तु का भार चंद्रमा पर भी इतना ही होगा (संकेत: चंद्रमा पर गुरुत्वाकर्षण बल पृथ्वी पर के गुरुत्वाकर्षण बल का लगभग 1/6 वाँ भाग होता है)।

2. किसी स्थान पर ऊर्ध्वाधर दिशा से क्या समझते हो? इसको किस प्रकार मालूम करोगे?

3. बल के परिमाण के अतिरिक्त, बल की दिशा और लगाव बिन्दु की आवश्यकता क्यों पड़ती है?

4. दो बलों के परिमाणों को जोड़कर ही सदैव उनका बल क्यों नहीं निकाला जा सकता?

गृह कार्य

छात्रों से कहा जाए कि वे घर पर साहुल सूत्र बनाएँ और उसके द्वारा साधारण वस्तुओं जैसे दीवारों, खंभों तथा पेड़ों आदि की ऊर्ध्वाधरता की जाँच करें और प्राप्त परिणामों को लिखकर कक्षा में दिखाएँ।

पाठ—4 और 5

यदि इन पाठों का आयोजन भली प्रकार किया जाए तो यह पाठ बड़े मनोरंजक सिद्ध हो सकते

हैं। प्रोत्साहन के लिए छात्रों के अनुभवों पर आधारित कई घटनाओं की पुनरावृति की जा सकती है। प्राय: सब बच्चों को ड्राइंग बोर्ड में ड्राइंग पिन का लगाना, कीचड़ मे नंगे पैर चलना अथवा कीचड़ पर तख्ता रख कर चलना और वर्षा ऋतु मे सूखी अथवा गीली मिट्टी में चलने का अनुभव होता है। ऐसे अनुभवों की मनोरंजक परिचर्चाओं से प्रणोद तथा प्रणोद के क्षेत्रफल के संबध को सुचारू रूप से विकसित किया जा सकता है।

प्रणोद धारणा को ड्राइग बोर्ड में पिन लगाने में पिन के ऊपरी सिरे पर बल लगाकर तथा बल की दिशा को बता कर अच्छी तरह से समझाया जा सकता है। दाब के बारे मे समझाने के लिए एक ओर बड़े सिरे वाली और दूसरी ओर नुकीली पिन का प्रयोग करना चाहिए। इस प्रकार कुछ पिनों का वितरण छात्रों में कर दिया जाए ताकि वे भी स्वय प्रयोग कर सके, और उन्हें दाब प्रणोद तथा लगने वाले बल की दिशा का आभास हो जाए। जब छात्रों को दाब और प्रणोद का कुछ ज्ञान हो जाए तब दाब की क्षेत्रफल पर निर्भरता का निदर्शन करना चाहिए और प्रणोद का क्षेत्रफल से संबंध भी स्पष्ट करना चाहिए (प्रणोद के लिए निदर्शन में किसी वस्तु का भार एक क्षैतिज सतह पर ऊर्ध्वाधर दिशा में लगाकर बताया जा सकता है)। इसके लिए एक छोटी मेज का उपयोग किया जा सकता है जिसके पैर दोनों ओर हों, तथा एक ओर के पैर नुकीले और दूसरी ओर के कुछ बड़े आधार वाले हों। मेज को समतल की हुई बालू में रखना चाहिए और छात्रों से कहा जाए कि ध्यानपूर्वक देखते रहें कि जब मेज नोकीले पैरों की ओर से रखते हैं तो बालू मे कितनी धँसती है और उलट कर दूसरी ओर से रखते हैं तो कितनी धँसती है। वे देखेंगे कि मेज को जब बड़े आधार क्षेत्रफल वाले पैरो की ओर से रखा जाता है तो वह बहुत कम धँसती है। ऐसे प्रयोगों अथवा निदर्शनों को क्रमानुसार दिखाना चाहिए ताकि प्रणोद और प्रणोद प्रति इकाई क्षेत्रफल (दाब) का ज्ञान स्पष्ट रूप से हो जाए।

प्रणोद, दाब और क्षेत्रफल के पारस्परिक संबंध के सूत्र को इस प्रकार स्थापित करना चाहिए कि दाब की वृद्धि प्रणोद की वृद्धि से होती है तथा प्रभावित क्षेत्रफल की वृद्धि से दाब घटती है। दाब के लिए इकाई का निर्धारण सूत्र की सहायता से करना चाहिए। सूत्र की उपयोगिता के स्पष्टीकरण के लिए कोई सरल संख्यात्मक प्रश्न हल कर देना चाहिए। उदाहरणार्थ, निम्नलिखित प्रश्न भी पूछा जा सकता है।

1. यदि प्रभावित आधार क्षेत्रफल को ज्यों का त्यों ही रखा जाए और प्रणोद को दूना कर दिया जाए तो उत्पन्न दाब कितना होगा ?

2. प्रणोद को ज्यों का त्यों ही रखा जाए और प्रभावित आधार क्षेत्रफल को दूना कर दिया जाए तो उत्पन्न दाब कितना होगा ?

दैनिक जीवन तथा उद्योगों मे प्रणोद और दाब के महत्त्व को बताने के लिए तेज़ धार वाली तथा नुकीली अनेक वस्तुओं जैसे कैंची, चाकू आदि को कक्षा में दिखाना चाहिए और यह स्पष्ट कर देना चाहिए कि 'उपयुक्त दाब' से वांछित प्रभाव प्राप्त होता है। प्रभाव और दाब से संबंधित जीवन में घटने वाली घटनाओं के बारे में भी छात्रों का ध्यान आकर्षित करना चाहिए और उन्हें उनके महत्त्व से अवगत कराना चाहिए। उदाहरण के लिये बताना चाहिए कि भारी गाड़ियों में अधिक पहियों की क्यों आवश्यकता होती है। दीवार बनाने में नीव चौड़ी बनाई जाती है। कच्ची जमीन, मिट्टी, कीचड़ आदि में चलने के

लिए कैटरपिलर के पहियों पर चौड़ी जंजीरें लगाई जाती हैं । संबंधित उपयुक्त चार्ट तथा फिल्मस्ट्रिप का व्यवहार पाठ को मनोरंजक बना सकते हैं ।

इसके पश्चात् अगले पाठ मे अध्ययन-अभियान का आयोजन होना चाहिए । छात्रों को ऐसे स्थलों पर ले जाना चाहिए जहाँ पर वे प्रत्यक्ष रूप से प्रणोद और दाब-सबंधी परिस्थितियों से परिचित हो सकें । दीवारें बनाते समय छात्रों को दिखाना और समझाना चाहिए कि दीवार की नींव चौड़ी क्यों बनाई जाती है । मकान बनते समय जब छात्र दीवार और नींव आदि को देख रहे हों तब वहीं उनको साहुल सूत्र दिखा देना चाहिए और उसके उपयोग पर भी प्रकाश डालना चाहिए । मकान के नक्शों के हिसाब से मकान की लंबाई आदि के मापन का ज्ञान भी कराया जा सकता है ।

पुनरावर्तन के लिए प्रश्न

1. क्या सतह पर लंब रूप में लगा बल पूरी तरह से प्रभावशाली होता है ? क्या इसका कोई दूसरा नाम होता है ? इसका नया नाम क्या होता है ?

2. प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाले प्रणोद को जानने की आवश्यकता क्यों होती है, इसको क्या कहते है ?

3. सूत्र-रूप में दाब, प्रणोद और प्रभावित क्षेत्रफल का परस्पर संबंध बताओ ?

4. दाब की सामान्य इकाई क्या होती है ? (i) $1\frac{\text{ग्रा० भार}}{\text{वर्ग से० मी०}}$ की तुलना में $1\frac{\text{कि० ग्रा० भार}}{\text{वर्ग मीटर}}$ कितने गुना होता है ?

5. (i) धारहीन चाकू से किसी वस्तु का काटना कठिन क्यों होता है ? (ii) यदि एक पिन का सिरा तेज नोकीला न हो तो उसका उपयोग कठिन क्यों होता है ?

पाठ—6

अध्याय 3 के प्रश्न और अभ्यास नं० 7,8 और 9 में कुछ सरल सख्यात्मक प्रश्न दिये गए हैं । प्रश्न तथा अभ्यास 9 में लिखित प्रश्नों को सूत्र की सहायता से हल करना चाहिए, तथा हल करते समय दाब, प्रणोद और क्षेत्रफल के पारस्परिक संबंधो को भी बताना चाहिए । प्रश्नों को छात्रों के सहयोग से हल करना चाहिए । छात्रों से परिचर्चा अवधि मे पूछना चाहिए कि क्या वे प्रश्न को अच्छी तरह समझते हैं, अथवा प्रश्न के हल करने में कुछ अन्य बातों के जानने की आवश्यकता है और तथ्यों का ज्ञान किस प्रकार हो सकता है । प्रश्न-संबंधी संख्यात्मक तथ्योंको लिखने का ठीक रूप छात्रों को बताना चाहिए । दाब, प्रणोद और क्षेत्रफल को एक ओर लिखना चाहिए और इनके मान को इनके आगे । अज्ञात राशि के लिये प्रश्नवाचक चिह्न (?) लगा देना चाहिए । अध्यापक महोदय को इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि छात्र भौतिक राशियों का मान लिखते समय उनकी इकाइयों को लिखना न भूलें । उपयुक्त इकाई लिखना अनिवार्य होता है । जहाँ पर आवश्यक हो वहाँ एक इकाई को दूसरी उपयुक्त इकाई मे परिवर्तन करना भी बता देना चाहिए । इस अवस्था में इकाइयों को सरल रूप में लिखना चाहिए, उदाहरणार्थ दाब इकाई को $\frac{\text{ग्राम भार}}{\text{वर्ग से० मी०}}$ लिखना ठीक होता है न कि ग्राम भार/वर्ग से० मी० ।

इस पाठ का ध्येय छात्रो को सरल संख्यात्मक प्रश्नों के हल करने के लिए प्रोत्साहित करना है। गणितीय अभ्यास कराने का नही। यह जानने का प्रयत्न होना चाहिए कि प्रश्न को समझने के लिए आवश्यक पृष्ठ भूमि का ज्ञान उन्हें है या नही और यथा संभव भौतिकी से संबद्ध विचारों का भी पुनरावर्तन करते रहना चाहिए। प्रश्न तथा अभ्यास 9 का प्रश्न नं० 2 एक विशेष प्रकार का तथा विचारणीय संख्यात्मक प्रश्न है। वह यह है कि क्या $1 \frac{\text{किलोग्राम भार}}{\text{वर्ग सें० मी०}}$ के दाब को 100 ग्राम भार प्रणोद से उत्पन्न किया जा सकता है। इसकी व्याख्या करो।

टिप्पणी—चूँकि अगला पाठ गृह कार्य के मूल्यांकन और लिखित परीक्षा लेने के लिए है, यह सुझाव किया जाता है कि कक्षा में इस बात की घोषणा कर दी जाए। जिन लड़कों ने अपना गृह कार्य नहीं दिखाया है उनसे एक निश्चित दिन तक ऐसा करने को कहा जाए जिससे वे भी पूरे अंक (जैसे 5 अंक) प्राप्त कर सके।

पाठ—7

इस पाठ का ध्येय बल, भार और दाब की उन धारणाओं की समीक्षा करना है जो अध्याय 3 में दी गई हैं तथा छात्रों के अब तक के अर्जित ज्ञान तथा उनके गृह कार्य का मूल्यांकन भी करना है। छात्रों की लिखित परीक्षा होनी चाहिए तथा उनके गृह कार्य का मूल्यांकन भी। इस अध्याय में दो प्रमुख कार्य है; (i) कमानीदार तुला का (रबड़ बैंड और उपयुक्त भारों की सहायता से) बनाना और (ii) साहुल सूत्र का बनाना। कुछ छात्रों से साहुल सूत्र के उपयोग के बारे में संक्षेप में लिखवाना भी चाहिए। अध्याय 3 के प्रश्न तथा अभ्यास नं० 6, 7, 8 और 9 में लिखित प्रश्नों को ध्यान में रखते हुए लिखित परीक्षा होनी चाहिए। कुछ प्रश्न ऐसे भी होने चाहिए जिनमें बल, दाब और प्रणोद के बारे मे पूछा जा सके। सारांश यह है कि परीक्षा का ध्येय छात्रों को 'सीखने तथा प्रयोग करने' के लिये प्रोत्साहित करना होना चाहिए।

इस पाठ में छात्र भौतिकी में गणित के महत्त्व की सराहना तथा उसके योग से परिचित हो गए है। उन्हें दाब, प्रणोद और क्षेत्रफल संबंधी सूत्र का भली-भाँति आयोजन तथा संख्यात्मक प्रश्नों को हल करने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए। अतएव लिखित परीक्षा में एक सरल-सा संख्यात्मक प्रश्न का होना भी आवश्यक हैं।

चतुर्थ अध्याय

पदार्थों की संरचना

निहित विचार

मुख्य-विचार	गौण विचार
1. सब पदार्थ 'छोटे-छोटे कणों' के बने होते है।	कोई भी पदार्थ, जिससे भौतिक वस्तु बनी हो, छोटे-छोटे कणों (परमाणु अथवा अणु) में विभक्त किया जा सकता है। वैज्ञानिकों ने पता लगाया है कि यह कण बहुत छोटे होते है और एक बालू के कण में भी ऐसे अनेक छोटे कण होते हैं। अणुओं/परमाणुओं की रचना जटिल होती है परंतु अनेक घटनाओं की विवेचना के लिए इनको छोटे-छोटे कणों के रूप में माना जा सकता है।
2. 'द्रव्य के कणों' के बीच पारस्परिक क्रिया होती है।	कणों के मध्य आकर्षण बल होता है। जिसके अस्तित्व का पता तब चलता है जब कि पदार्थ के कुछ भाग को अलग करते है। ठोस और द्रव पदार्थों को दबाकर संकुचित करने पर इनके मध्य का प्रतिकर्षण बल संकुचन का विरोध करता है। इन बलों के कुछ लक्षणों का दिग्दर्शन कमानी से जुड़ी दो गेंदों के यांत्रिक मॉडल द्वारा किया जा सकता है जिसको संपीड़ित तथा विस्तृत किया जा सकता है। पदार्थ के 'कणों' के मध्य लगने वाले बलों की प्रकृति वैद्युत-चुंबकीय होती है।
3. यद्यपि ठोस और द्रव पदार्थों के अनेकों कण संबद्ध होते हैं फिर भी कणों के बीच स्थान होता है।	कुछ परिस्थितियों में कुछ पदार्थों के परस्पर मिलने के बाद उनका आयतन पहले के अलग-अलग आयतनो के योग की अपेक्षा कम हो जाता है। इस प्रकार की व्याख्या कणों के मध्य स्थान से तथा

उनके मिलने के फलस्वरूप अधिक संहति-व्यवस्था होने से की जा सकती है। इस विचार को समझने के लिए यांत्रिक मॉडल उपयोगी होता है।

4. पदार्थों के 'कण' सर्वदा अनियमित रूप से गतिशील होते हैं।

पानी के अणुओं की अविरत अनियमित गतिशीलता के द्वारा छोटे 'कणों' की ब्राउनियन गति की व्याख्या की जा सकती है। ठोस, द्रव और गैसीय पदार्थों के विसरण प्रकम से इनके अणुओं की अविरत अनियमित गतिशीलता सिद्ध हो जाती है। गैसों में तेजी से विसरण होना इस बात का द्योतक है कि उनके अणुओ के मध्य अधिक स्थान होता है।

5. ठोस, द्रव और गैस पदार्थों का ऊष्मीय प्रसरण होता है।

उपयुक्त रूप से पदार्थों को गरम करके तथा अन्य परिस्थितियों को नियंत्रित करके ऊष्मीय-प्रसरण देखा जा सकता है। ऊष्मीय-प्रसरण कणों के मध्य में स्थान की वृद्धि के कारण होता है। ऊष्मीय-प्रसरण का व्यावहारिक जीवन और प्रकृति में बड़ा महत्त्व है और अच्छे प्रकार के डिजाइनों मे ताप के परिवर्तनों का ध्यान दिया जाता है।

6. गरम करने पर पदार्थ के गुणों में परिवर्तन से तथा उपयुक्त पैमाने के निर्धारण से ताप का माप की जाती है।

ऊष्मीय प्रसरण से ताप की तुलना की जा सकती है। ताप-पैमाने के निर्धारण के लिए हम स्थिर बिन्दुओं को निश्चित करते है। सेल्सियस पैमाने पर पानी के हिमांक तथा पानी के क्वथनांक को स्थिर बिन्दु माना जाता है। दोनों स्थिर बिन्दुओं के बीच की दूरी को 100 बराबर भागों मे बाँटा जाता है और संख्यात्मक मान के साथ '°C' लिखकर ताप-मान को प्रदर्शित किया जाता है। पानी के हिमाक से कम ताप तथा पानी के क्वथनाक से अधिक ताप की माप के लिए पैमाने को नीचे तथा ऊपर विस्तृत किया जा सकता है। शून्य (°C) चिह्न से कम ताप को प्रदर्शित करने के लिए सांख्यिक मान के पूर्व ऋण (—) चिह्न लगा दिया जाता है। सेल्सियस पैमाने के अतिरिक्त तापमापन के अन्य पैमाने भी हैं।

7. ताप की वृद्धि औसत आणविक गति की वृद्धि से संबंधित होती है।

आणविक गति का औसत मान वस्तु पर बल द्वारा कार्य करने से बढ़ जाता है। कार्य

करने पर ताप-वृद्धि का आभास भी होता है और तापमापी द्वारा भी ताप की वृद्धि का पता चल जाता है। ताप वृद्धि का अर्थ है अणुओं की औसत गति में वृद्धि, अणुओं की गति में वृद्धि किसी पिण्ड को गर्म करके जा सकती है। किसी पदार्थ के अणुओं की गति में तेजी का होना ताप का संकेत होता है। अणुओं के बीच में स्थान का बढ़ना, तापीय प्रसार, अणुओं की गति मे वेग की वृद्धि के कारण होता है।

पाठ आयोजना

पाठ—1

विषय वस्तु — **पदार्थ की संरचना, छोटे कणों का आकार।**

पृष्ठाधार ज्ञान — पानी की बड़ी सतह पर तेल की बूंद का फैलना, मिठाइयों पर लगे चाँदी के वर्कों का ज्ञान (धातु के एक छोटे-से आयतन को बहुत बड़ी पतली-सी चादर के रूप में बदला जा सकता है) चीनी की थोड़ी-सी मात्रा भी काफी अधिक पानी में मिठास लाती है। नमक के क्रिस्टलों को खूब छोटे कणों में पीसा जा सकता है और इसी प्रकार अन्य अनुभव।

पाठ-प्रकार — परिचयात्मक तथा सूचनात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : पदार्थ बहुत छोटे-छोटे कणों का बना होता है। इन कणों को (साधारणतया) देखा नहीं जा सकता, परंतु इनके अस्तित्व के प्रमाण है।

सूचनात्मक : (क) पदार्थ के छोटे-छोटे कणों के आकार तथा संरचना-संबंधी विचार।

(ख) पदार्थ के छोटे कण परमाणु/अणु कहलाते है। यदि पदार्थ तत्त्व हो तो छोटे कण को परमाणु और यदि यौगिक हो तो अणु कहते हैं।

(ग) पदार्थ की थोडी मात्रा में भी बहुत-से छोटे कण होते है ।

क्रिया कलात्मक : (क) चीनी के क्रिस्टलों का पीसना ।

(ख) थोड़ी-सी चीनी के चूर्ण को अधिक पानी में मिला कर पानी के मिठास से अवगत होना ।

(ग) सूक्ष्मदर्शी अथवा आवर्धक-लैंस की सहायता से छोटे छोटे कणों को दिखाना ।

पाठ—2

विषय वस्तु — **पदार्थ की कण संरचना – कणों की अन्योन्य-क्रिया ।**

पृष्ठाधार ज्ञान — (भौतिकी के ज्ञान के बिना) पदार्थ के छोटे-छोटे कणों की अन्योन्य क्रिया के बारे में साधारण स्पष्टता । जैसे-जैसे पानी की बूंद का आकार बढ़ता जाता है वैसे-वैसे वह चपटी होती जाती है । हवा और पानी में हाथ का हिलाना संभव होता है । किन्तु ठोस पदार्थों में हिलाना संभव नहीं है । ठोस पदार्थों और पानी को हवा की अपेक्षा बहुत कम संपीड़ित किया जा सकता है ।

पाठ-प्रकार — सूचनात्मक तथा धारणात्मक

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक :** पदार्थों के छोटे-छोटे कणों की अन्योन्य क्रिया की पुष्टि अनेक घटनाओं द्वारा हो सकती है ।

सूचनात्मक : (क) किन्ही दो कणों की अन्योन्य क्रिया कमानी द्वारा जुडी दो गेंदों की क्रिया की तरह होती है (जिनको संपीड़ित तथा विस्तृत

किया जा सकता है) सामान्य रूप से वे एक-दूसरे के साथ जुडी होती है परतु जब उनको सपीड़ित किया जाता है तब प्रतिकर्षण बल लगने लगता है और जब खीचा जाता है तो आकर्षण बल लगने लगता है ।

(ख) पदार्थों के कणों की अन्योन्य क्रिया से कई तथ्य प्रकाश में आते हैं। हवा में हाथ का हिलाना हवा के कणों के मध्य अन्योन्य-क्रिया की कमी का द्योतक है परंतु अपने छोटे कणों की दृढ़ अन्योन्य क्रिया के कारण ठोस अपनी आकृति को ज्यों की त्यों बनाए रखते है।

क्रिया कलात्मक : (क) दो सीसे के सिलिंडरों के मध्य छोटे-छोटे कणों के संसजन बल द्वारा आकर्षण का प्रदर्शन तथा पानी की बूँदों के मध्य संसजन बल ।

(ख) पारे की विभिन्न आकार की बूँदों की आकृतियों में अंतर।

(ग) छोटे कणों के मध्य अन्योन्य क्रिया का यांत्रिक मॉडल दिखाना ।

(घ) छोटे कणों के मध्य की अन्योन्य क्रियाओं की कुछ साधारण घटनाएँ बताना अथवा दिखाना । जैसे विभिन्न आकार के कागज़ों के फाड़ने में भिन्न-भिन्न बल लगते हैं ।

पाठ—3

विषय वस्तु	**पदार्थों की कण सरचना—अणुओं के मध्य आणविक स्थान ।**
पृष्ठाधार ज्ञान	इस अध्याय के पिछले पाठों से अर्जित ज्ञान तथा वायुरोधी हवा से भरे गुब्बारे मे से हवा का कुछ घंटों में निकल जाने का साधारण अनुभव ।
पाठ-प्रकार	सूचनात्मक तथा धारणात्मक ।
पाठ-ध्येय	**धारणात्मक** : पदार्थों के छोटे कणों के मध्य कुछ स्थान होता है जैसा अनेक घटनाओं द्वारा प्रमाणित हो सकता है । **सूचनात्मक** : कुछ परिस्थितियों मे दो पदार्थो को मिलाने पर उन दोनों के सम्मिलित आयतन की अपेक्षा परिणामी आयतन कम हो जाता है । आयतन का इस प्रकार कम हो जाना तथा हवा भरे गुब्बारे से हवा का निकल जाना आदि की व्याख्या पदार्थों के छोटे-छोटे कणों के बीच रिक्त स्थान होने से की जा सकती है । **क्रिया कलात्मक** : (क) नमक के घोल और पानी को मिलाने पर उनके सम्मिलित आयतन मे कमी । (ख) यांत्रिक मॉडल की सहायता से आयतन की कमी की व्याख्या करना ।

पाठ—4

विषय वस्तु	**पदार्थों की कण-संरचना—आणविक गति ।**
पृष्ठाधार ज्ञान	पिछले पाठों से अर्जित ज्ञान । पदार्थों की विसरण क्रिया का अनुभव, दूरी पर रखे हुए कुछ पदार्थों के उनकी गंध के कारण, अस्तित्व का आभास ।

पाठ प्रकार सूचनात्मक तथा धारणात्मक

पाठ ध्येय

धारणात्मक : पदार्थों के छोटे कण अविरत अनियमित रूप से गतिशील होते है जिसकी अनेक प्रकार से पुष्टि की जा सकती है।

सूचनात्मक : पानी के अणुओं की अविरत अनियमित गति के कारण उसकी सतह पर पड़े लाइकोपोडियम के कण भी सर्वदा अनियमित रूप से गतिशील हो जाते हैं (तब उन्हें सूक्ष्मदर्शी से देखा जाता है)। गैस, द्रव और ठोस पदार्थों के छोटे कणों की गति की पुष्टि पदार्थों के विसरण प्रक्रम से हो जाती है। गैस पदार्थों में विसरण प्रक्रम तेजी से होता है क्योंकि उनके छोटे कणों के मध्य कणों की गति के लिए काफी अधिक स्थान होता है।

क्रिया कलात्मक : (क) ठोस पोटाश के कणों और पानी के मध्य विसरण प्रक्रम।

(ख) किसी गंध वाली गैस (जैसे लिकर अमोनिया) भरी बोतल में से डाट खोलते ही गैस और हवा के मध्य विसरण-प्रक्रम।

पाठ—5

विषय वस्तु **पदार्थों का ऊष्मीय प्रसार।**

पष्ठाधार ज्ञान पदार्थों के ऊष्मीय प्रसार एवं उनके सिकुड़ने के सामान्य अनुभव जैसे पहिए पर 'हाल' चढ़ाना, रेल की पटरियों के बीच स्थान छोड़ना तथा पदार्थों की कण संरचना का विचार।

पाठ-प्रकार

सूचनात्मक तथा धारणात्मक ।

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : उपयुक्त परिस्थितियों में ठोस, द्रव और गैस पदार्थों को गर्म करने पर उनका ऊष्मीय प्रसार देखा जा सकता है । अन्य परिस्थितियों को नियंत्रित करने पर सब पदार्थों मे ऊष्मीय प्रसार एक ही परिमाण में नहीं होता है ।

सूचनात्मक : (क) ऊष्मीय प्रसार छोटे-छोटे कणों के मध्य अधिक स्थान हो जाने से होता है और सकुचन होने पर कणों के बीच स्थान कम हो जाता है ।

(ख) जीवन में तथा उद्योग में ऊष्मीय प्रसरण व संकुचन का बड़ा योगदान है ।

(ग) द्विधातुक प्लेटों द्वारा अवांछनीय ऊष्मा तथा शीतलता से छुटकारा पाया जा सकता है ।

क्रिया कलात्मक : (क) गरम करने पर ठोस पदार्थों का प्रसार तथा ठंडा करने पर संकुचन ।

(ख) द्रव पदार्थों का गरम करने पर प्रसार और ठंडा होने पर संकुचन ।

(ग) गैस पदार्थों का गरम करने पर प्रसार और ठंडा करने पर संकुचन ।

(घ) दो समान धातुओं (द्वि-धातुओं) के प्लेटों में असमान प्रसार तथा इसका कार्य नियम ।

पाठ—6

विषय वस्तु — **जीवन में भौतिकी का योगदान।**

पृष्ठाधार ज्ञान — § 4-5 तथा पिछले पाठों से प्राप्त ज्ञान पर विचार।

पाठ-प्रकार — समीक्षात्मक तथा सूचनात्मक।

पाठ-ध्येय — **सूचनात्मक** : हमारे जीवन में पदार्थों के ऊष्मीय प्रसार का बहुत महत्त्व है।

क्रिया कलात्मक : (क) निकट की किसी कर्म-शाला (वर्कशाप) अथवा किसी अच्छे विद्यालय की प्रयोगशाला मे भिन्न-भिन्न प्रकार के कारीगरी के मॉडल दिखाने के लिए अध्ययन अभियान। यदि कारणवश यह संभव न हो तो उपयुक्त फिल्मों तथा फिल्मस्ट्रिपों के दिखाने का आयोजन।

(ख) ऊष्मीय प्रसारण के पाठ में पढ़ाई गई बातो की समयानुसार जानकारी।

(ग) छात्रों को ऊष्मीय प्रसार के ज्ञान के लिए कुछ औजारों की तथा सामान्य घटनाओं की सूची बनाने का आदेश।

पाठ—7

विषय वस्तु — **ऊष्मीय-प्रसार संबंधित अनुभवों द्वारा ज्ञान प्राप्त करना।**

पृष्ठाधार ज्ञान — पदार्थों के ऊष्मीय प्रसार पर पिछले पाठों से अर्जित ज्ञान तथा § 4-6 प्रयोगात्मक कार्य नं० 4 को पढ़ कर तैयारी।

पाठ-प्रकार

प्रयोगात्मक : छात्रों द्वारा 2 से 4 तक के समूहों में निरीक्षित वर्ग द्वारा सक्रियता ।

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : पानी तथा अन्य द्रवों में गरम करने पर प्रसार होता है और ठंडा करने पर संकुचन । हवा तथा अन्य गैसें भी गरम करने पर फैलती हैं और ठंडी होने पर सिकुड़ती है । द्रवों की अपेक्षा गैसों में ऊष्मीय प्रसार अधिक तथा तेजी से होता है ।

सूचनात्मक : एक परखनली तथा इसमें वायुरोधी रूप से लगी ट्यूब (नली) की सहायता से आयोजित उपकरण को गैसों के प्रसरण अथवा सकुचन के प्रयोग के लिए वायु तापमापी के रूप मे उपयोग किया जा सकता है । इसके द्वारा तापपरिवर्तन का ज्ञान हो जाता है ।

क्रिया कलात्मक : द्रवों और गैसों के ऊष्मीय प्रसरण के प्रयोग, जोकि छात्रों को कराने है, छात्रों को पहले दिखा देना चाहिए और संबंधित विशेष बातों का ज्ञान करा देना चाहिए । प्रयोग के लिए परखनली मे रंगीन बूँद को लेने की तथा वायुरोधता की जाँच की विधि की व्याख्या पूर्ण रूप से कर देनी चाहिए ।

पाठ—8

विषय वस्तु

ताप तथा उसकी माप ।

पृष्ठाधार ज्ञान

पदार्थों के ऊष्मीय प्रसरण तथा संकुचन और वायु तापमापी के साधारण से मॉडल की जानकारी, डाक्टरी तथा दीवार पर लगने वाले (अधिक-तम-न्यूनतम) थर्मामीटरों की जानकारी । इसके

अतिरिक्त इस बात के भी अनुभव बताने चाहिए कि किसी वस्तु का सही ताप स्पर्श द्वारा नहीं जान सकते।

पाठ-प्रकार

धारणात्मक तथा सूचनात्मक

पाठ-ध्येय

धारणात्मक : (क) किसी वस्तु की गरमी तथा शीतलता जानने के लिए ऊष्मीय प्रसार तथा संकुचन उपयोगी हो सकते हैं।

(ख) ताप के मापन के लिए दो स्थिर तापों को निर्धारित करना आवश्यक होता है।

सूचनात्मक : (क) सेल्सियस तापमापी पर दो स्थिर बिन्दु पानी का हिमांक और क्वथनांक होते हैं। इनके अंतर की दूरी को 100 बराबर भागों (अंशों) मे बाँट दिया जाता है। इस तापमापी से अधिक और कम ताप की माप भी ली जा सकती है। पानी के जमने से नीचे के ताप को ऋण ताप कहते हैं। इस तापमापी पर तापमान को संख्यात्मक रूप में लिखने के लिए संख्या के आगे °से० लिखते हैं जैसे 20° से०।

(ख) सेल्सियस तापमापी के अतिरिक्त और भी तापमापी होते है।

(ग) तापमापी का उपयोग बड़ी सावधानी से करना चाहिए। इसके एक भाग का मान और इसकी सीमा को प्रयोग

में लाने के पहले से ही देख लेना चाहिए।

(घ) मानव शरीर का तापमान।

क्रिया कलात्मक : (क) सेल्सियस तापमापी पर दो स्थिर बिन्दु निर्धारित करने का नियम।

(ख) सेल्सियस तापमापी तथा इसका निर्माण।

(ग) तापमापन के लिए ताप-मापी को प्रयोग में लाने की सही विधि।

(घ) सेल्सियस तापमापी के यांत्रिक मॉडल का उपयोग जिससे छात्रों को धनात्मक तथा ऋणात्मक तापों के मापन का अभ्यास कराया जा सके।

पाठ—9

विषय वस्तु — **तापमान और ऊष्मीय प्रसरण की धारणाएँ।**

पृष्ठाधार ज्ञान — अध्याय 4 के पिछले पाठों से अर्जित ज्ञान द्वारा पदार्थों के कणों की संरचना पर विचार। इसके अतिरिक्त ऐसा साधारण ज्ञान कि एक धातु का टुकड़ा हथौड़े द्वारा कई बार चोट मारने से गरम हो जाता है।

पाठ-प्रकार — समीक्षात्मक तथा धारणात्मक।

पाठ-ध्येय — **धारणात्मक** : पदार्थों के अणुओं की आणविक गति के तेज होने के कारण पदार्थ का ताप बढ़ जाता है तथा उसमें प्रसरण हो जाता है। यांत्रिक कार्य के फलस्वरूप अथवा किसी गरम वस्तु के संपर्क मे लाने से वस्तु गरम हो जाती है।

सूचनात्मक : धातु के टुकड़े पर चोट मारने से धातु गरम हो जाती है। इसकी व्याख्या इस प्रकार की जा सकती है कि चोट मारने से अथवा किसी यांत्रिक कार्य से धातु के अणुओं की औसत आणविक गति बढ़ जाती है। अणुओं के मध्य स्थान बढ़ जाने से प्रसरण तथा कम हो जाने से संकुचन हो जाता है। ऐसा औसत आणविक गति के अधिक अथवा कम होने के कारण होता है। ताप की वृद्धि का अभिप्राय है, औसत आणविक गति में वृद्धि होना। किसी पदार्थ के ठोस, द्रव अथवा गैस अवस्था में होने का अस्तित्व उसकी आणविक संरचना तथा आणविक गति पर निर्भर करता है।

क्रिया कलात्मक : (क) पिघलना, पानी का क्वथन अथवा द्रवण तथा वे ताप जिन पर यह घटित होते है।

(ख) पदार्थ के ठोस, द्रव तथा गैस के कणों की संरचना के प्रदर्शन के लिए यांत्रिक मॉडल।

पाठ—10

विषय वस्तु	**मूल्यांकन**
पृष्ठाधार ज्ञान	अध्याय —4 के पाठों से अर्जित ज्ञान।
पाठ-प्रकार	मूल्यांकनात्मक तथा समीक्षात्मक।
पाठ-ध्येय	सरल मौखिक प्रश्नों तथा लिखित परीक्षा द्वारा छात्रों के ज्ञान की जानकारी। परीक्षा द्वारा यह जानना चाहिए कि छात्र पदार्थ की कण संरचना

के तथ्यों को साधारण घटनाओं से किस सीमा तक ठीक-ठीक संबंद्ध कर सकते हैं ।

विषय वस्तु का विश्लेषण

हमारे चारों ओर जितने पदार्थ है उनको तीन संवर्गो—तत्त्व, यौगिक और मिश्रण में वर्गीकृत किया जा सकता है । हाइड्रोजन, ऑक्सीजन, कार्बन, लोहा और तांबा जैसे पदार्थ तत्त्वों के अंतर्गत आते है । लगभग 104 तत्त्व है । एक तत्त्व के अंतर्गत केवल एक ही पदार्थ होता है ।

ऐसे पदार्थो के अतिरिक्त पानी, तेल, चीनी, पत्थर, कागज और लकडी आदि जैसे पदार्थ कुछ नियत अनुपात में मिले हुए तत्त्वों से मिलकर बनते है । दो या दो से अधिक तत्त्वों के संयोग से बने पदार्थ यौगिक कहलाते हैं । इनके अतिरिक्त एक और वर्ग के पदार्थ होते है जैसे हवा जिसमें कई गैसे (तत्त्व) सम्मिलित होती है । इन तत्त्वों के गुण मिश्रण मे मौजूद होते हैं । जिन अवयवों से मिलकर यौगिक बनते है, उन अवयवों के गुण यौगिक में नहीं पाए जाते ।

इन तीन वर्गो के पदार्थो को हम ठोस, द्रव और गैस तीन अवस्थाओ मे विभक्त कर सकते हैं (इस अवस्था में प्लाज्मा अवस्था को नहीं लेना चाहिए) । इन सब पदार्थों में कुछ गुण होते हैं और कुछ साधारण पदार्थो में ऐसे गुण होते है जिनसे छात्र भली प्रकार परिचित होते हैं । यह भी अनुमान किया जा सकता है कि छात्र कुछ सामान्य घटनाओं जैसे वाष्पन, विसरण, संपीड़न और गैसों के प्रसरण आदि के बारे में जानते होंगे । छात्रों को यह भी ज्ञान होगा कि चीनी के तनु घोल में चीनी मौजूद है और इसी प्रकार किसी कड़वी दवा में कुनैन अथवा और कोई कड़वी औषधि डाली गई है । ऐसे प्रेक्षणों के 'क्यों और कैसे' (विस्तृत विवरण) जानने का छात्रों का कौतूहल केवल कारण बताने के लिए ही उपयोगी न समभा जाए बल्कि पदार्थ की संरचना के मूल विचार के विकास के आधार के रूप में भी लिया जाए । उदाहरणार्थ कागज को प्रतिदिन साधारणतया फाड़ते है और सीधा खींच कर भी फाड़ा जा सकता है लेकिन एक प्रकार से फाड़ने में शक्ति कम लगती है और सीधा खींचकर फाड़ने में अधिक । इसका विशेष कारण कागज के कणों की संरचना ही कही जा सकती है । इसी प्रकार दो द्रव अथवा दो गैसों के विसरण के बारे में सामान्य प्रेक्षण से पदार्थों के कणों की गति के बारे में ज्ञान हो सकता है ।

इस प्रारंभिक अवस्था मे द्रव की संरचना का अध्ययन करने का उद्देश्य केवल उनके द्वारा ठोस, द्रव और गैसों की व्याख्या समभाना ही पर्याप्त होगा । द्रव्यों की संरचना का गहन अध्ययन आवश्यक नहीं है । यदि द्रव्य की संरचना का कुछ ज्ञान कराना है तो कुछ सामान्य घटनाओं, जैसे द्रव की तरलता, गैसों का संपीडन और प्रसरण, अथवा परिवर्तन तथा अनेक प्रकार की ऊष्मीय घटनाओं द्वारा कराया जा सकता है ।

इन व्याख्याओं से विद्यार्थियों को पदार्थों की कणों द्वारा संरचना का ज्ञान हो सकता है और

प्रारंभिक अवस्था में ही पदार्थों की संरचना का एक साधारण-सा चित्र उनके मस्तिष्क में बन जाता है। द्रव की संरचना के विचार के पश्चात् छात्रों को रसायन-विज्ञान का अध्ययन सरल हो जाता है। जिससे वे भौतिकी के मूल-भूत सिद्धांतों को समझने के योग्य हो जाते है। पदार्थ छोटे-छोटे कणों के तत्वों के परमाणुओं से, जो लगभग 104 प्रकार के हैं, बनते हैं और उनको ईंटों द्वारा निर्मित मकान की समानता दी जा सकती है। पानी और चीनी जैसे साधारण पदार्थ इसी प्रकार बनते है। पानी हाइड्रोजन और ऑक्सीजन के नियमित अनुपात में मिलकर बनता है। इसमें (भार के अनुसार) हाइड्रोजन का एक भाग और ऑक्सीजन के आठ भाग होते है। पानी के यह अणु माने जाते है जिसमें हाइड्रोजन और ऑक्सीजन के गुण नहीं होते परंतु पानी की एक बूंद में भी पानी के गुण होते है। इस प्रकार के विचारों को व्यक्त करने के लिए रसायन-विज्ञान ही सहायक हो सकता है। अतः अध्यापक महोदय का यह कर्त्तव्य हो जाता है कि इन विचारों को अच्छी तरह समझा कर विद्यार्थियों को ज्ञान कराए।

भौतिकी का उद्देश्य छात्रों के मस्तिष्क में पदार्थ की संरचना के बारे मे विचारों का विकास करना है ताकि वे पाठ्यपुस्तक में दी हुई कुछ साधारण घटनाओं जैसे संसजन, विसरण, तापीय प्रसार आदि को समझ सके। यद्यपि कण सिद्धात का विकास शनैः शनैः होना है तथापि यह भली-भाँति बता देना चाहिए कि छोटे-छोटे कण गतिशील होते हैं और अन्योन्य क्रियान्वित भी और उनके बीच में स्थान (दर्रा) भी होता है और किसी पदार्थ के गुण बताने के लिए कणों के विशेष लक्षणों के अध्ययन की आवश्यकता नहीं है। परंतु पदार्थ के पूरे कणों में हमेशा पदार्थ के सभी गुण रहते हैं।

प्रत्येक पाठ के लिए उपयुक्त तथा छात्रों में विश्वास पैदा करने के लिए निदर्शन का आयोजन किया गया है। ऐसे निदर्शनो मे छात्रों का सहयोग उपयोगी रहता है। इस बात पर विशेष ध्यान किया जाए कि तत्त्वों के वर्गीकरण में यथासंभव किसी प्रकार मिथ्या स्थिति न आने जाए। द्रव्य की संरचना के गूढ़ विचारों को स्थान न देकर छात्रों को केवल सरल विचारों से ही समझाना उचित होगा। उदाहरणार्थ, कणों के अन्योन्य क्रिया के यांत्रिक मॉडल का अथवा दो पदार्थों के बीच के स्थान का निदर्शन करते समय बताया जाए कि जब पदार्थों को दबाकर रखा जाता है तो उनके बीच का स्थान कम हो जाता है और यौगिक आयतन कम हो जाता है। इस बात का ध्यान रखा जाए कि छात्र गेंद और कचों को ही पदार्थ के कण न समझ लें। छात्रों को यह स्पष्ट कर देना चाहिए कि गेंद और कंचे जो प्रदर्शन मे काम आ रहे है वे पदार्थ के कण नहीं है बल्कि केवल कणों के प्रतिनिधि स्वरूप ही है।

अध्यापक को चाहिए कि पानी में घुलने वाले पदार्थ के विषय में बताने समय इस बात का पूरा ध्यान रखें कि छात्रों को छोटे-छोटे कणों और आयनों के बारे में भ्रम पैदा न हो जाए। नमक और नूतिया जैसे लवण जब पानी मे घुलते हैं तो आयन पैदा होते है, छोटे कण नहीं। इसलिए पानी मे नमक न घोल कर चीनी घोली जाए जिससे यह प्रदर्शन किया जा सके कि एक पदार्थ के जब छोटे-छोटे कण हो जाते हैं तो वे घोल में भी सर्वत्र पाए जाते हैं।

इस अध्याय के पाठों का अध्यापन करते समय अध्यापक का ध्येय होना चाहिए कि वे मूल विचारों की ओर ध्यान दें और इन विचारों को संक्षेप में श्यामपट्ट पर लिखें। यथा-सभव निदर्शन के व्यवस्था-चित्र और छात्रों के मानसिक बल की ओर ध्यान देकर छात्रों को श्यामपट्ट पर लिखे विवरण के आधार पर संक्षिप्त नोट तैयार करने को प्रोत्साहित करें। छात्रों को गृह कार्य के रूप में अपनी

पाठ्यपुस्तक में से प्रासंगिक पाठ पढ़ने को कहें तथा पाठ्यपुस्तक में वर्णित कुछ सरल कार्य-कलापों के लिए भी कहा जाए। कक्षा में दिए गए विचारों की सहायता से जो सामग्री उनको मिले, वे उसका कार्य रूप मे उपयोग करें। पदार्थों की कण संरचना के प्रारंभिक विचारों की जानकारी के बारे में पाठों को जानबूझ कर अभी नहीं रखा गया है। प्रत्येक पाठ के आरंभ करने से पूर्व अध्यापक महोदय को पहले पाठों के केवल मुख्य विचारों का संक्षिप्त पुनर्निरीक्षण अथवा पुनरावर्तन कर लेना चाहिए।

सामान्य उष्मीय घटनाओं के पाठ्य-सामग्री के लिए अध्यापक महोदय को पदार्थों के उष्मीय प्रसार, ताप और सेल्सियस स्केल द्वारा तापमापन आदि के बारे में कुछ सरल प्रश्न इस अभिप्राय से करने चाहिए कि वे छात्रों के ज्ञान का मूल्यांकन कर सकें।

इस अध्याय के अंतिम पाठ में छात्रों के अर्जित ज्ञान का मूल्याकन किया जाए और यह जानने का प्रयत्न किया जाए कि छात्र द्रव्य की संरचना मे छोटे-छोटे कणों की स्थिति समझ गए हैं या नहीं। उन्हें यह फिर बताया जाए कि पदार्थ छोटे-छोटे कणों द्वारा बनते है, वे गुच्छित अवस्था में रहते है, उनके बीच में स्थान रहता है, वे अन्योन्य क्रियान्वित होते है और अनियमित रूप से गतिशील रहते है। कुछ औसत विद्यार्थियों से निम्नलिखित जैसे कुछ सरल प्रश्न पूछे जाएँ ताकि यह जाँच हो कि छात्रों को द्रव्य की संरचना का ठीक-ठीक ज्ञान हो गया है या नहीं।

1. (i) एक छोटे कण के आकार के बारे में क्या जानते हो ? (ii) एक बूंद पानी में कितने छोटे कण होते है ?

2. पदार्थों के कणों के बीच स्थान होने का विचार किस साधारण घटना के उदाहरण से स्पष्ट कर सकते हो ?

3. ऐसे दो प्रेक्षण बताओ जिनसे पदार्थ के कणों की अन्योन्य क्रिया की उपस्थिति का ज्ञान होता है।

4. क्या पदार्थों के कण विराम अवस्था में रहते है ?

5. ऐसी दो घटनाएँ बताओ जिनसे यह स्पष्ट हो कि पदार्थ के कण लगातार अनियमित गतिशील अवस्था में रहते हैं।

6. एक पदार्थ के कणों के सब लक्षण संक्षेप में बताओ।

7. वैज्ञानिकों को यह ज्ञान कैसे हुआ कि पदार्थ छोटे कणों से बने है ? (एक मॉडल बनाकर विभिन्न घटनाओं को जानने के लिए प्रयोगों द्वारा जाँच करने की परिकल्पना)।

पंचम अध्याय

ठोस, द्रव तथा गैसों के कुछ गुण

निहित विचार

मुख्य विचार	गौण विचार
1. बल लगने के अनुसार एक ठोस पदार्थ में प्रत्यास्थ अथवा सुघट्य विकृति हो सकती है।	(i) यदि कोई वस्तु बल लगाने से विकृत हो जाए और बल के हटाने पर प्रारंभिक अवस्था मे न आए तो वस्तु के इस गुण को सुघट्यता कहते है और ऐसी विकृति को सुघट्य-विकृति कहते हैं।
	(ii) यदि कोई वस्तु बल लगाने पर विकृत हो जाए और बल के हटाने पर प्रारंभिक अवस्था में आ जाए तो वस्तु के इस गुण को प्रत्यास्थता कहते हैं और उसकी विकृति को प्रत्यास्थ-विकृति कहते है।
2. किसी ठोस पदार्थ की विकृति उसके छोटे कणों के पुनर्विन्यास पर निर्भर करती है।	(i) किसी ठोस पदार्थ की विकृति की व्याख्या उस पदार्थ के छोटे-छोटे कणों के विन्यास-परिवर्तन से की जा सकती है। जब बल लगाया जाता है तो इसके छोटे-छोटे कणों के बीच की जगह बढ जाती है और जब बल हटा लिया जाता है तो कण फिर अपनी प्रारंभिक अवस्था को ग्रहण कर लेते हैं, यह प्रत्यास्थ विकृति कहलाती है। अन्यथा सुघट्य-विकृति होती है।
	(ii) कुछ ठोस पदार्थ ऐसे होते है जिनके कण अपने पड़ोसी कणों को सरलता से नहीं बदल सकते। ऐसे ठोस पदार्थ कुछ भी

सुघट्यता दिखाए बिना टूट जाते हैं। ऐसे पदार्थों को भंगुर कहते हैं।

(iii) पदार्थ अपने प्रमुख गुण के अनुसार प्रत्यास्थ, सुघट्य अथवा भंगुर कहलाते हैं।

3. ऐसे ठोस पदार्थ, जिनमें प्रत्यास्थता अथवा सुघट्यता के विशेष गुण होते है, उद्योगों मे तथा प्राविधि कार्यों में उपयोगी होते हैं।

(i) रबड़ प्रत्यास्थ होने के कारण टायर, ट्यूब, बैंड और गेंद बनाने के काम आते हैं। स्टील के प्रत्यास्थ होने के कारण स्टील के तारों से कमानियाँ, खिलौनों के लिये प्रत्यास्थ पत्तियाँ और घड़ियों की कमानियाँ बनाई जाती है। सुघट्य मिट्टी खिलौनों के मॉडल बनाने तथा गुट्टिका आदि भरने के काम आती है।

(ii) बहुत-से पदार्थों को गरम करने से उनकी सुघट्यता बढ़ जाती है। स्टील को गरम करके वस्तुओं के बनाने में उपयोग किया जाता है और शीशे को गर्म करके शीशे की अनेक वस्तुएँ बनाई जाती है।

4. द्रव तरल होते है।

(i) द्रव का आयतन निश्चित होता है परंतु आकार निश्चित नहीं होता। द्रव जिस बरतन में रखा जाता है उसीका आकार अथवा रूप ग्रहण कर लेता है। इसके छोटे-छोटे कण साथ रहने के लिए प्रयत्नशील होते है। इनकी अन्योन्य क्रिया सुदृढ़ नहीं होती और यदि इन पर बाहरी बल लगता है तो एक दूसरे के से मिश्रित हो सकते हैं।

(ii) विभिन्न द्रवों की तरलता भिन्न-भिन्न होती है।

(iii) छोटे कणों की गतिशीलता के कारण द्रवों में तरलता भिन्न-भिन्न होती है।

5. द्रव का स्वतंत्रतल क्षैतिज होता है।

(i) गुरुत्वाकर्षण बल के प्रभाव के कारण कणों की गतिशीलता इस प्रकार से सुनियोजित

हो जाती है कि द्रव का तल सदैव क्षैतिज रहता है जैसे झील/समुद्र आदि में। यही कारण है कि क्षैतिज होने के लिए असीमित जल बहता रहता है।

(ii) जब एक द्रव का स्वतंत्र तल कम होता है तब यह ऊर्ध्वाधर तल के लंबवत् होता है इसलिए द्रव की छोटी स्वतंत्र सतह को क्षैतिज माना जा सकता है।

(iii) द्रव के अपनी ठीक सतह पर रहने का उपयोग एक युक्ति में किया जाता है जिस को स्पिरिट लेवल कहते हैं। स्पिरिट लेवल सतहों की क्षैतिजता जाँचने के काम आता है। द्रवों के इस गुण का उपयोग जल-वितरण व्यवस्था मे किया जाता है।

6. गैस में तरलता बहुत अधिक होती है और गैस को जितने स्थान में रखा जाए उतने (पूरे) स्थान में फैल जाती है।

(i) गैसों का न अपना आकार होता है न अपना आयतन। उनके छोटे-छोटे कणों की अन्योन्य-क्रिया बहुत कम होती है और उनके बीच की दूरी अधिक होती है।

(ii) भिन्न-भिन्न गैसों में तरलता की तीव्रता भी भिन्न-भिन्न होती है।

(iii) जब किसी गैस का आयतन बढ़ता है तो उसका दाब कम हो जाता है।

7. गैस को बहुत अधिक संपीड़ित किया जा सकता है। जब गैस को संपीड़ित किया जाता है तब उसका आयतन घट जाता है और दाब बढ़ जाता है।

(i) एक बरतन में भरी गैस का बरतन की दीवारों पर दबाव पडता है।

(ii) वायुमंडलीय हवा सब वस्तुओं पर दाब डालती है।

(iii) गैसों को संपीड़ित करके उसका उपयोग अनेक प्रकार से किया जाता है। जैसे भारी गाड़ियों के ट्यूबों में हवा भर कर पहिए गद्दीदार से बन जाते हैं और गैसीय ब्रेकों में भी इसका उपयोग होता है।

(iv) किसी गैस के दाब की माप उसके द्वारा उत्पन्न प्रभाव से की जाती है। इसके लिए जिस युक्ति का उपयोग किया जाता है उसे दाब गेज कहते हैं।

षष्टम अध्याय

तरल पदार्थों में दाब

निहित विचार

मुख्य विचार	गौण विचार
1. एक बरतन में रखे तरल पदार्थ का दाब चारों ओर समान रूप से पडता है ।	(i) एक ठोस पदार्थ बाहरी बल का संचार उसकी क्रिया की दिशा मे करता है । (ii) गैस पदार्थ चारो ओर बराबर दाब का संचार करते है । ऐसा गैसो के अणुओं की गतिशीलता के कारण होता है । (iii) द्रव पदार्थो के लिए पास्कल का नियम लागू होता है । क्योंकि उनके अणु भी पारस्परिक सबध रखते हुए गतिशील होते हैं ।
2. द्रवचालित मशीन का कार्य-सिद्धांत छोटी और बड़ी सतहों पर बराबर दाब लगाए जाने पर प्रणोद की बढ़ोतरी पर निर्भर करता है ।	(i) छोटे पिस्टन की सतह पर और बड़े पिस्टन की सतह पर बराबर दाब लगाया जा सकता है । (ii) दोनों पिस्टनों के (तल की) सतहों के क्षेत्रफल में अंतर होने के कारण द्रव द्वारा लगाया गया प्रणोद भिन्न-भिन्न होता है । बड़े पिस्टन पर प्रणोद अधिक होता है और छोटे पर कम । यह उनकी सतहो के क्षेत्रफल के अनुपात में होता है ।
3. द्रव का दाब उसके भार के कारण (रखे हुए) बरतन के तल पर तथा बरतन की दीवारों पर पड़ता है ।	द्रव का भार बरतन के तल पर पडता है । यह दाब द्रव की ऊँचाई के अनुपात में बढ़ता है। द्रव का दाब बरतन की दीवारों पर भी पड़ता है और यह दाब भी द्रव की ऊँचाई के अनुसार बढ़ता है । ऊँचाई के अनुपात में दाब की वृद्धि द्रव की ऊपरी परतों के भार के कारण होती है ।

4. द्रव में डूबी हुई वस्तुओं पर दाब गहराई के अनुपात में बढ़ता है ।	एक निमज्जित वस्तु पर चारों ओर से दाब पड़ता है । वस्तु के निम्नतर भागों पर ऊपरी भागों की अपेक्षा अधिक दाब पड़ता है । वायुमडलीय दाब पारे की 76 सें० मी० अथवा पानी के लगभग 10 मीटर ऊँचे स्तंभ की ऊँचाई के दाब के बराबर होता है ।
5. द्रवीय दाब के समान वायुमंडलीय दाब भी ऊँचाई के साथ कम होता जाता है ।	ऊँचे स्थानों पर वायुमंडलीय दाब कम हो जाता है क्योंकि वहाँ पर हवा पर ऊपर की हवा कम होती है । किसी स्थान का वायुमंडलीय दाब ज्ञात करके उस स्थान की ऊँचाई का अनुमान लगाया जा सकता है ।
6. एक वस्तु अपने ऊपर की और नीचे की सतहों पर द्रव के दाबों के अंतर के कारण ऊपर को उठती है ।	यह देखा जा सकता है कि यदि किसी द्रव में कोई वस्तु डुबाई जाय तो द्रव वस्तु को ऊपर को उठाता है । जो बल वस्तु पर इस दशा में लगता है उसे उत्प्लावन-बल कहते हैं और वह तैरती हुई वस्तु के आधार के लंब रूप में होता है । द्रव के ऊपर की ओर प्रणोद के कारण वस्तु मे उत्प्लावन बल लगता है । यह प्रणोद नीचे वाली सतह पर (ऊपर की ओर) ऊपर वाली सतह (नीचे की ओर) की अपेक्षा अधिक होता है । उत्प्लावन-बल का पठन कमानी-दार तुला द्वारा किया जा सकता है, जो वस्तु के हवा में भार और उसके पूरा डूब जाने पर द्रव में भार के अंतर के बराबर होता है । इसका पठन कमानीदार तुला से किया जा सकता है ।
7. किसी वस्तु द्वारा ऊपर को उठाए हुए द्रव के भार और उसके उत्प्लावन-बल के द्वारा आर्कमिडीज के सिद्धांत को सत्यापित किया जा सकता है ।	द्रव में एक वस्तु पर लगा उत्प्लावन-बल सदैव वस्तु द्वारा ऊपर को उठाए गए द्रव के भार के बराबर होता है । इस तथ्य को आर्कमिडीज का सिद्धांत कहा जा सकता है । एक ही वस्तु तेल के भार की अपेक्षा अधिक भार का पानी ऊपर को उठाती है इसलिए दोनों स्थितियों में उत्प्लावन-बल भिन्न-भिन्न होता है । उत्प्लावन बलों के अंतर का कारण पानी और तेल के समान आयतन के भार का अंतर है ।

8. तैरती हुई वस्तु का भार उस पर लगे उत्प्लावन-बल के बराबर होता है।

जब द्रव में निमज्जित एक वस्तु पर लगा उत्प्लावन बल वस्तु के भार के बराबर होता है तब वस्तु न तो तैरती है और न डूबती है (वह किसी भी गहराई पर बीच में लटकी हुई रह सकती है)।

जब वस्तु का भार उत्प्लावन-बल से अधिक होता है तब वस्तु डूब जाती है।

जब वस्तु का भार उत्प्लावन-बल से कम होता है तो वस्तु सतह पर आकर तैरने लगती है। वस्तु का कुछ भाग द्रव के बाहर निकला रहता है जिससे (अब) वस्तु पर लगा उत्प्लावन बल वस्तु के भार के बराबर हो जाता है।

जब एक वस्तु किसी द्रव की सतह पर तैरती है तब वस्तु का द्रव की सतह से अंदर का भाग वस्तु के भार के बराबर द्रव को विस्थापित करता है जो द्रव पानी से भारी होते हैं उनमें सतह से नीचे वस्तु का कम भाग जाता है और पानी से हल्के द्रवों की सतह से नीचे वस्तु का बड़ा भाग चला जाता है। एक ही वस्तु एक द्रव पर तैर सकती है और दूसरे द्रव में, जो पहिले द्रव से हल्का है, डूब सकती है।

9. जहाज धातु और लकड़ी के बनाए जाते हैं लेकिन चूंकि खोखले होते हैं और अपने भार के बराबर पानौ को विस्थापित करते हैं इस कारण पानी पर तैरते है।

एक वस्तु यदि पानी में डूब जाती है तो भारी कही जाती है और यदि पानी पर तैरती है तो उसे हल्की कहते हैं। लेकिन धातु का संदूक काफी पानी को विस्थापित कर सकता है। संदूक पर लगा उत्प्लावन-बल संदूक के भार को संभाल सकता है जिसके फलस्वरूप संदूक में कुछ अतिरिक्त (बोझ का) सामान होते हुए भी संदूक पानी पर तैरने लगता है। एक जहाज का (बोझ सहित) भार जहाज के पानी की सतह के नीचे के भाग के द्वारा विस्थापित पानी के भार के बराबर होता है।

अध्याय 5 और 6 के शिक्षण हेतु कुछ सुझाव

पाठ्यपुस्तक के सभी पाठो की योजना इस प्रकार बनाई गई है कि कक्षा में एक पाठ की विषय वस्तु को एक घंटे में ही पढ़ाया जा सके। प्रत्येक अध्याय के लिए, कम से कम दो अतिरिक्त घंटों की, एक अध्ययन अभियान के लिए और दूसरा समीक्षात्मक तथा मूल्यांकन के लिए आवश्यकता होती है। अध्याय 5 और 6 में पदार्थों के गुणों तथा उनसे संबंधित सरल घटनाओं का विवेचन किया गया है। इन अध्यायों से पूर्व पाठ्यक्रम में तत्त्वों की संरचना को निहित करने का केवल यह अभिप्राय रहा है कि छात्रों के मस्तिष्क मे पदार्थ की संरचना के विषय में मानसिक धारणा तो विकसित हो ही जाए, साथ ही साथ जहाँ तक संभव हो इस परिणाम पर भी पहुँचा जाए कि भौतिक घटनाएँ हमारे संरचना संबंधी विचारों मे सहायक होती है।

अध्याय 5 के 9 भाग हैं जिनमें ठोस, द्रव और गैसों के गुणों की विवेचना की गई है। यह उचित होगा कि छात्रों को सावधानी के रूप में यह बता दिया जाए कि ठोस द्रव और गैसों में उनके पाठ्यक्रम में निहित गुणों के अतिरिक्त और भी गुण होते हैं। पाठ्यक्रम में द्रव और गैसों के सामान्य गुणों की विवेचना प्रयोगात्मक रूप को ध्यान में रखते हुए की गई है। उदाहरणार्थ विस्कासी द्रवों के बारे में तरलता को अच्छी तरह प्रदर्शित किया गया है और यही विचार गैसों के बारे में भी लागू हो सकता है। इस प्रकार की जानकारी के लिए इससे पूर्व छात्रों को द्रव की संरचना के विषय में जो बताया गया है वह महत्त्वपूर्ण है।

अनुच्छेद § 5.2 प्रत्यास्थता और सुघट्यता के अध्ययन के लिए प्रयोग औसत श्रेणी के छात्र को कठिन प्रतीत हो सकता है इसलिए यह कक्षा में न किया जाए। अनुच्छेद § 5.7 और § 5.9 दोनों ही विशेष कर सूचनात्मक हैं और छात्रों से इन्हें घर पर पढ़ने को कहा जाए। उनके ज्ञान का मूल्यांकन करने के लिए उनसे श्यामपट्ट पर संबंधित युक्तियों का चित्र बनाने को कहा जाए। यदि चित्र में कुछ त्रुटियाँ हो तो उनमें कक्षा के अन्य छात्रों के सहयोग से सुधार किया जाए। छात्रों से साधारण-सा साहुल-सूत्र बनाने को कहा जाए तथा मनोरंजक चार्ट और मॉडलों को भी, जो विषय वस्तुओं से संबधित हो, बनाने को कहा जाए। ऐसा वे अंतर्योजित बरतनों के सिद्धांतों और उनके उपयोगों द्वारा कर सकते है। द्रवों के दाब से संबंधित उपयुक्त मॉडल बनाने के लिए प्लास्टिक पिचकारी का उपयोग किया जा सकता है।

अध्याय 6 में 12 अनुच्छेद हैं जिनमें 5, 6 और 7 वायुमंडलीय दाब और ऊँचाई के बारे में है और औसत श्रेणी के छात्रों के लिए नहीं है। तथापि निदर्शन चित्र 6.26 से इनका सार स्पष्ट हो जाता है और इसे कक्षा को अच्छी तरह समझा दिया जाए। अनुच्छेद § 6.12 'जहाज किस कारण तैरते हैं' अधिकतर सूचनात्मक है और छात्रों से घर पर पढ़ने को कहा जाए और कक्षा मे समीक्षात्मक पाठों के रूप में इसका मूल्यांकन किया जाए।

पास्कल के नियम के संबंध में वायुमंडलीय दाब का परिमाण और आर्कमिडीज का सिद्धांत छात्रों को पाठ्यक्रम मे दिए गए निदर्शनों द्वारा भली प्रकार समझाया जाए और छात्रों को बताया जाए कि विज्ञान के आगामी अध्ययनों में इनका बहुत उपयोग होगा तथा केवल भौतिकी के अध्ययन के लिए ही नहीं यह सिद्धांत छात्रों को और नियम आदि समझने में भी सहायक रहेंगे। जिससे उन्हें विज्ञान के विभिन्न विषयों को समझने में सहायता मिलेगी। इन सिद्धांतों की व्याख्या करते समय छात्रों को बल, प्रणोद, दाब और बलों के संयोजन आदि के पार्श्व-ज्ञान का पुनरावर्तन कराना उत्तम होगा। इस अध्याय में मुख्य और गौण विचार पाठ के

सरल-तर्कसंगत अध्यापन के लिए रखे गए है। उदाहरणार्थ उत्प्लावन-बल के आधार पर आर्कमिडीज सिद्धांत को विकसित किया गया है। जिसकी व्याख्या एक ही रेखा में विपरीत दिशाओं में लगे बलों के संयोजन के आधार पर होनी चाहिए। यदि छात्रों को अच्छी तरह समझा दिया जाए कि एक ही सरल रेखा में परंतु विपरीत दिशाओं में लगे बलों का संयोजन कैसे होता है तो वे आर्कमिडीज के सिद्धांत की व्याख्या सरलता से समझ सकेंगे। द्रवों में उत्प्लावन-बल के अस्तित्व के विचार को गैसों के उत्प्लावन बल के बारे में भी विकसित किया जाना चाहिए। केवल इसके निमित्त अलग घंटा देने की आवश्यकता नहीं। यह प्रश्न उठाया जाए कि 'क्या तुमने कभी गैसों के उत्प्लावन बल का अनुभव किया' अथवा 'गुब्बारे क्यों उडते है' ऐसी समस्याओं की परिचर्चा द्वारा विचारों को विकसित किया जा सकता है।

अध्याय 5 और 6 में जो छात्रों के लिए प्रयोग दिए गए हैं उनमें प्लवन अवस्था के ज्ञान हेतु साधारण उपकरणों की जैसे स्पिरिट लेवल, तख्ते की फन्नियों, परखनलियों, बीकर, कमानीदार तुला और परखनलियों में भार बढ़ाने के लिए बालू आदि की आवश्यकता होती है। यदि अध्यापक महोदय को इनमें से कुछ वस्तुओं के उपलब्ध करने में कठिनाई हो तो छात्रों के सहयोग से प्राप्त किया जा सकता है। छात्रों के प्रत्येक समूह को कमानीदार तुला देने की आवश्यकता नहीं है। एक या दो जो भी कमानदारी तुला उपलब्ध हो छात्रो को दे दी जाएँ और कक्षा को परखनलियों का भार बता दिया जाए (एक-सी परखनलियों की उपलब्धि में कोई कठिनाई नहीं होगी) और उपयुक्त भार साधारण बटनों द्वारा अथवा कुछ बालू तौल कर बनाए जा सकते है। बीकर के स्थान पर साधारण शीशे के गिलास से काम लिया जा सकता है, बोर्ड के स्थान पर चिकने कवर वाली नोटबुक काम में आ सकती है और गत्ते (कार्ड बोर्ड) से फन्नियाँ बन सकती हैं। छात्रों को आदेश दिया जाए कि अपने बनाए हुए स्पिरिट लेवल को ही प्रयोग में लाएँ। इन सब प्रयोगों का ध्येय यह होना चाहिए कि छात्रों में पहले पाठों से अर्जित ज्ञान द्वारा वैज्ञानिक जिज्ञासा उत्पन्न हो और वे प्रारंभिक बातों के समझने में प्रवीण हो जाएँ। प्लवन के प्रयोग में जो परखनलियाँ (भार सहित) तैयार की गई थीं वे हाइड्रोमीटर (उत्प्लवन घनत्वमापी) के रूप में काम आ सकती हैं। इस प्रकार छात्रों को ज्ञानवर्धन का अवसर दिया जा सकता है।

प्रस्तावित निदर्शन के लिए प्रयोगों की सूची निम्नलिखित है।

प्रस्तावित निदर्शन

अध्याय—5

1. प्रत्यास्थ—विकृति
2. सुघट्य—विकृति
3. प्रत्यास्थ और सुघट्य विकृति के आणविक मॉडल।

अध्याय—6

1. जिस बरतन में द्रव रखा होता है उसके आधार पर द्रव का दाब और द्रव की ऊँचाई के अनुपात में दाब की वृद्धि।
2. द्रव की विभिन्न गहराइयों पर विभिन्न दाब।
3. बरतन की दीवारों पर द्रव का दाब।

अध्याय—5

4. कमानियों की प्रत्यस्थता तथा सुघट्यता।
5. एक तांबे के तार को गरम करके उसकी सुघट्यता को बढ़ाना।
6. किसी गैस के आयतन में कमी करके उसके दाब को बढाना।
7. किसी गैस के ताप मे कमी करके उसके दाब को बढ़ाना।
8. एक द्रव की विराम अवस्था में सतह और इसकी ऊर्ध्वाधर दिशा से संबंध।
9. सरल लेवल और स्प्रिट लेवल के निर्माण का उपयोग।
10. आधार पर परस्पर जुड़े हुए बरतन।
11. तरलों के लिए 'पास्कल नियम'।
12. द्रवचालित मशीन का कार्यकारी मॉडल।
13. साइकिल पंप का कार्य सिद्धांत।

अध्याय—6

4. वायुमंडलीय दाब के अस्तित्व का प्रदर्शन और वायुमंडलीय दाब के कारण पानी का उत्थान।
5. एक रबड़ के चूषक के द्वारा वायुमंडलीय दाब के परिमाण के बारे में विचार।
6. जल-पंप का कार्य सिद्धांत।
7. हवा में भार होता है।
8. उत्प्लावन-बल का मापन तथा परिमाण।
9. वस्तुओं के आंशिक रूप में अथवा पूर्णतया निमज्जित होने के बारे में आर्कमिडीज का सिद्धांत।
10. वस्तु के आयतन पर उत्प्लावन बल का निर्भर होना।
11. द्रव के आपेक्षिक भार पर उत्प्लावन-बल का निर्भर होना।
12. भिन्न-भिन्न पदार्थों की वस्तुओ का एक द्रव में और एक वस्तु का भिन्न-भिन्न द्रवों में तैरना।
13. जहाजों के तैरने की व्यवस्था के लिए निदर्शन।

भौतिकी पाठ्यक्रम के प्रथम-चरण की प्रस्तावना

दस वर्षीय स्कूल की सामान्य शिक्षा के कार्यक्रम में भौतिकी को अनिवार्य रूप से पढ़ने के लिए प्रस्तावित पाठ्यक्रम माध्यमिक स्कूलों की उच्च प्राथमिक कक्षाओं के लिए है। इस चरण के पूरे विज्ञान पाठ्यक्रम में छात्र भौतिकी के अतिरिक्त रसायन, गणित और जीव-विज्ञान का अध्ययन भी करेंगे। इस पाठ्यक्रम में इन सभी विषयों के पाठ्यक्रम निहित है। इस पाठ्यक्रम को तीन वर्ष की पढ़ाई के अंतर्गत तीन घंटे प्रति सप्ताह के हिसाब से नियोजित किया जाता है। ऐसा समझा गया है कि इस अवधि में छात्र भौतिकी के जीवन संबंधी मूलभूत सिद्धांतों तथा धारणाओं को समझने में समर्थ हो सकेंगे। पाठ्यक्रम की रचना करते समय शिक्षकों के सरल निदर्शन तथा छात्रों के प्रयोगों द्वारा मूलभूत विचारों को स्पष्ट करने पर विशेष जोर दिया गया है।

प्रथम चरण के इस पाठ्यक्रम मे विशेषकर भौतिक राशियों जैसे लंबाई, क्षेत्रफल, आयतन, बल, ताप (टेम्प्रेचर), चाल, द्रव्यमान कार्य और ऊर्जा आदि के मापन को लिया गया है तथा साथ ही साथ यांत्रिकी, ऊष्मा, ध्वनि, प्रकाशिकी, चुंबकत्व और विद्युत के प्रारंभिक सिद्धांतों को भी मिलाया गया हैं। कठिन धारणाओं का विस्तृत अध्ययन हाई स्कूल पाठ्यक्रम के द्वितीय चरण में लिया गया है।

पदार्थों की संरचना से संबंधित विचारों से छात्रों को ठोस, द्रव और गैसों की वर्तमान धारणाओं को तथा उनसे संबंधित साधारण घटनाओं को समझने में सहायता मिलेगी। इस हेतु यह सुझाव है कि विषय को विस्तृत रूप में लेने से पूर्व आणविक संरचना संबंधी विचारों को प्रयोग द्वारा समझाने का प्रयत्न किया जाए। यह उत्तम होगा कि छात्रों को पदार्थों के गुण तथा अन्य संबंधित घटनाओं को भली प्रकार समझाने के लिए ऐसे प्रयत्न किए जाएँ कि वे वैज्ञानिक तथा तर्कसंगत विचारों द्वारा प्रेक्षण करने, आँकड़े एकत्र करने तथा सामान्य परिणामों की ज्ञान प्राप्ति के लिए उत्साहित हों, ऐसा पाठ्यक्रम में निहित निरूपणों तथा अध्यापकों तथा छात्रों के प्रयोगों द्वारा किया जा सकता है। भौतिकी के अध्ययन द्वारा छात्रों के अर्जित ज्ञान को दैनिक जीवन में उपयोगी बनाने के लिए पाठ्यक्रम में कुछ महत्त्वपूर्ण सिद्धांतों को दिया गया है। इससे छात्र भौतिकी की धारणाओं को भली प्रकार समझ सकेंगे। भौतिकी अध्ययन के साथ कुछ सरल परिमाणात्मक तथा गुणात्मक प्रश्नों के हल छात्रों के ज्ञानवर्धन में उपयोगी सिद्ध होंगे।

छात्रों के विषय संबंधी ज्ञान की जाँच के लिए यथासम्भव दिन प्रतिदिन मूल्यांकन करना हितकर रहेगा।

Step 5: The digits obtained in step 3 (b) and 4 are equal. (digit on right hand space = digit on left hand space). Here 9 = 9. Therefore the result has no random error.

13. MULTIPLICATION TABLES

We should remember number tables as their use greatly helps in computation work. Vedic Mathematics provides us a very simple and easy method of writing of the multiplication tables of any desired number. Vedic method is so quick that after a little practice if we have a race with a calculator Vedic maths shall always win the race. So let us learn the simple method of writing multiplication table of any number.

Example 1: Write the multiplication table of number 19.

We convert the given number into Vinculum form. This we can do by using any of the two methods already learnt. ..erefore using Sankalana vyavakalanabhyam sutra by addition

$19 + 19 = 38$ and by subtraction (no shudha)

$38 - 19 = 2\bar{1}$

Therefore $\bar{1}$ is the operator at the unit place which we shall use for computing the subsequent digits of the table at diferent levels. Similarly 2 is the operator at the tenth place and shall be used for computing the digits of different levels at the tenth place.

The process of computing the digit at next level is very simple we add the operating digit to the digit at any level and get the digit at the next level. It shall be convenient to write the operating digits above the given number.

Let us take the table of 19 as our first example. The

operator is -1 ($\bar{1}$) for the unit place and +2 for the tenth place.

(i) That means we write the number 19 and divide it into two parts (may be by drawing a vertical line in between the two digits).

(ii) We apply the operator to the digit at the unit place (with appropriate sign - of course). In the present example we apply the operator -1 to the digit 9 (at the unit place) and therefore we get 9 - 1 = 8 as the second level unit number, 8 - 1 = 7 as the third level digit, 7 - 1 = 6 the fourth level, 6 - 1 = 5 as the fith level and so on, finally 1 - 1 = 0 at the tenth level. However, if required, the carry over can be easily done.

This step gives us the digits of the unity column 1.

2 -	$\bar{1}$
1	9
	8
	7
	6
	5
	4
	3
	2
	1
	0

(iii) Next we apply the operator of the tenth place to the digit at the tenth place. Presently, we add +2 at every stage to get the tenth place number at the next level. Therefore, we get 1 + 2 = 3 as the digit at the second level. Similarly moving further, 3 + 2 = 5 is the third level digit, 5 + 2 = 7 is the fourth level digit 7 + 2 = 9 the fifth level, 9 + 2 = 11 as the sixth level digit, 11 + 2 = 13 as the seventh level

digit and so on, 17 + 2 = 19 at the tenth level.

Notes

1. However it is not essential to stop at tenth level as the same operators can be further applied for continuing to write the table upto hundredth level or even more if so desired.

2. As soon as the operation of addition gives the value larger than 9, the unity at the tenth place of addition (which shall be actually at the hundredth place of the final number) we can leave in the addition process and add only to the left over single digit.

level	2	$\bar{1}$
1	1	9
2	3	8
3	5	7
4	7	6
5	9	5
6	11	4
7	13	3
8	15	2
9	17	1
10	19	0

14. VEDIC DHWAJANK METHOD OF DIVISION

Discussion: As we divide the digits at each place, we may be left with a remainder. In Vedic mathematics the subtraction will be done separately as rough work. Slowly with practice more and more work can be done mentally without writing. We shall give practise in the same sequence and should encourage the child to do as much of rough work as possible only mentally. This practice shall help in the mental development of the child. However, initially she may like to write every step. We repeat the multiplication table

of the digit by which we are dividing till we get a number which crosses the dividend number. Then go a step backward and select the previous level digit as the quotient digit. The remainder is obtained by subtraction and is prefixed slightly below the next digit of the dividend.

Example 1: Divide 11 by 2.

We arrange the divisor and dividend as usual and repeat the multiplication table of 2. We know that 2 x 5 = 10 < 11 and 2 x 6 = 12 > 11.

```
2 / 11
-------
5 : 1 :
-------
Q   R
```

Therefore 5 is the quotient digit. To get the remainder we shall subtract 10 from 11. Hence 11 - 10 = 1 is the ...ainder. So 5 is the quotient digit and 1 is the remainder. In Vedic maths the remainder is always written after the quotient with colon on both sides.

Example 2: Divide 243 by 2.

Step 1: Divide the hundred place digit 2 by 2. Therefore 2 x 1 = 2 so 2 - 2 = 1 and we have remainder as 2 - 2 = 0. So we write 0 before 4, the tenth place digit.

```
2 / 2 4 3
     0 0
-----------
1 2 1 : 1 :
-----------
```

Step 2: The next dividend at tenth level is 04. Further 2 x 2 = 4 and we divide 4 by 2 and get 4 - 2 = 2 as the quotient digit, and remainder as 4 - 4 = 0 . Write 0 before 3, the unit place digit.

Step 3: The unit place dividend is 03. We can divide 1 times as 2 x 1 = 2 < 3.

and 2 x 2 = 4 > 3. Therefore 1 is the quotient digit and remainder 3 - 2 = 1.

Hence Q = 121 and R = 1.

15. FRACTIONS

For adding two fractions, if the denominator is same, we simply add the numerator and write it with denominator. This will give the required addition of fractions.

The Vedic method for adding fractions shall depend upon the pattrern of the problem. However, in every case the work involved is much lesser than the present unique approach.

Fractions with common denominqator: We simply add the numerators.

Example 1: Add (a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3+2}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

(b) $$\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4+3}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

(c) $$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}$$

We use the upsutra Vilokanam which means just by glance. As soon as we find that the denominator of the given fraction is a common number we simply add the numerator digits and simplify.

Further details are presented in VM Ankur 4.

SUB SUTRAS OR COROLLARIES

1	आनुरूप्येण	Anurupyena
2	शिष्यते शेषसंज्ञः	Sisyate Sesasamjnah
3	आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन	Adyamadyenantyamantyena
4	केवलैः सप्तकं गुण्यात्	Kevalaih Saptakam Gunyat
5	वेष्टनम्	Vestanam
6	यावदूनं तावदूनम्	Yavadunam Tavadunam
7	यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत्	Yavadunam Tavadunikrtya Varganca Yojayet
8	अन्त्ययोर्दशकेऽपि	Antyayordasakepi
9	अन्त्ययोरेव	Antyayoreva
10	समुच्चयगुणितः	Samuccayagunitah
11	लोपनस्थापनाभ्याम्	Lopanasthapanabhyam
12	विलोकनम्	Vilokanam
13	गुणितसमुच्चयः - समुच्चयगुणितः	Gunitasamuccayah Samuccayagunitah
14	द्वन्द्वयोग	Dwandwa Yoga
15	शुद्ध	Shudha
16	ध्वजांक	Dhwajankam

-: VEDIC MATHEMATICS SUTRAS :-

1. By one more than the previous one
2. All from nine & last from ten
3. Vertically & Crosswise
4. Transpose & Apply
5. The summation is equal to zero
6. If one is in ratio, the other one is zero
7. By addition and subtraction
8. By the completion and noncompletion
9. Sequential motion
10. The deficiency
11. Whole as one & one as whole
12. Remainder by the last digit
13. Ultimate and twice the penultimate
14. By one less than the previous one
15. The whole product is the same
16. Collectivity of multipliers

THE SIXTEEN SUTRAS OF VEDIC MATHEMATICS

सूत्र :-

1 एकाधिकेन पूर्वेण	1. Ekadhikena Purvena (also a corollary)
2 निखिलं नवतश्चरमं दशतः	2. Nikhilam Navatascaramam Dasatah
3 ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्	3. Urdhva-tiryagbhyam
4 परावर्त्य योजयेत्	4. Paravartya Yojayet
5 शून्यं साम्यसमुच्चये	5. Sunyam Samyasamuccaye
6 (आनुरूप्ये) शून्यमन्यत्	6. (Anurupye) Sunyamanyat
7 संकलनव्यवकलनाभ्याम्	7. Sankalana-vyavakalanabhyam (also a corollary)
8 पूरणापूरणाभ्याम्	8. Puranapuranabhyam
9 चलनकलनाभ्याम्	9. Calana-Kalanabhyam
10 यावदूनम्	10. Yavadunam
11 व्यष्टिसमष्टिः	11. Vyastisamastih
12 शेषाण्यङ्केन चरमेण	12. Sesanyankena Caramena
13 सोपान्त्यद्वयमन्त्यम्	13. Sopantyadvayamantyam
14 एकन्यूनेन पूर्वेण	14. Ekanyunena Purvena
15 गुणितसमुच्चयः	15. Gunitasamuccayah
16 गुणकसमुच्चयः	16. Gunakasamuccayah

APPLICATIONS OF MATHEMATICS AT THE UPPER PRIMARY LEVEL

By

J.N.Kapur

Mathematical Sciences Trust Society, C-766 New Friends Colony
New Delhi 110 65

WHY APPLICATIONS?

A student learns a subject best when he or she is convinced that the subject is interesting, relevant and useful. This statement applies equally well to every topic in his or her course. The teacher has to create the need for a topic to be learnt and then teach the topic.

In mathematics, we can have two types of motivations viz:

(i) Motivation from within Mathematics

(ii) Motivation from outside mathematics

The first motivation arises when a student uses the discovery approach and when he proceeds to recognise patterns in numbers and space. The student works on an open-ended problem, so that the solution of this problem automatically leads him to another open-ended problem and the process continues. The student becomes an amateur researcher. A large number of problems of this type have been given in three volumes of my book, 'Suggested Experiments in School Mathematics'.

Alternatively the motivation of learning mathematics can come from applications of mathematics in other school subjects, in every-day life and in science and technology.

In any case we have to teach, not classical mathematics or new mathematics but we have to teach RELEVANT MATHEMATICS, USEFUL MATHEMATICS, and above all MOTIVATED MATHEMATICS.

We have not to tell the school student that the mathematics he learns now will be useful later in his study of science and technology: we have to tell him that that the mathematics which he studies in school is useful here and now.

Mathematics has been described as a man-made universe i.e. it has been created to serve the needs of mankind. In fact, every topic in school mathematics was created for solving practical problems . In higher mathematics today, a great deal of research is being done for the sake of abstraction and generalisation and most of it has no immediate relevance for applications , though some of it is likely to be found useful later. However school mathematics is hundred percent useful mathematics. History of mathematics can be a good guide for pedagogy in mathematics.

The need for solving practical problems should motivate the learning of mathematics, and the mathematics learnt should be used to demonstrate further applications of this mathematics and these applications should themselves create the need for learning more mathematics and this process should continue ad infinitum, so that mathematics appears as a man-made need-based human subject of the greatest importance to the child and the society.

[Practical Problems or Internal Need of Mathematics]

Motivate. [Learning of Mathematics]

Motivate. [Possibility of More Applications]

Motivate [Learning of More Mathematics] ...

A teacher should see applications of mathematics all round him and he should enable his students to see applications of mathematics all round themselves.

EXAMPLES OF APPLICATIONS FROM HISTORY OF MATHEMATICS

In India, mathematics was created for making 'havan kunds' and 'sacrifical altars' and for making calculations about motions of planets for astrological and religious purposes. In Babylonia, it was created for commercial transactions. In Egypt, it was created for redistribution of land after floods in the Nile river. In Greece, it was

created for its sheer intellectual delight on the one hand and for fighting wars on the other. Most of these applications require only present-day upper-primary-level mathematics.

Let us consider some examples of these applications:

EXAMPLE 1. Construction of altars This requires finding volume of altars of different shapes and finding the number of bricks for constructing these. This also requires all the formulae for areas and volumes studied in in the mensuration course.

EXAMPLE 2 Finding the radius of the Earth

Erosthenes, almost the first real scientist, solved this problem ? The principle is illustrated below:

Let θ_1 and θ_2 be the angles between the vericals at A and B (ie the lines joining A and B to the centre of the earth) and the direction of the pole star (ie direction of the axis of the earth)

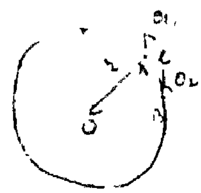


Figure 1

Then from figure I

$$l = r(\theta_2 - \theta_1)$$

$$r = \frac{l}{\theta_2 - \theta_1}$$

so that knowing l, θ_1, θ_2, we can find r, the radius of the earth.

EXAMPLE 3 Finding the height of a tower

From figure 2

$$\frac{H}{h} = \frac{b}{a} \quad \text{or} \quad H = h\frac{b}{a}$$

We can easily measure a, h and b, so that we can find H

We do not need trigonometry. We need only properties of similar triangles

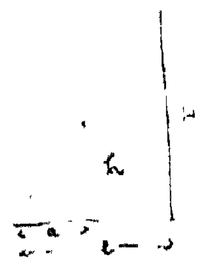


FIGURE 2

EXAMPLE 4 Finding the distance of the Moon

In figure 3 measure angles $\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2$. Take the radius of the earth to be 1.

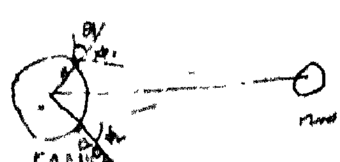


FIGURE 3

We can draw similar triangles and estimate the distance of the moon.

APPLICATIONS TO DAILY LIFE

EXAMPLE I   COMPOUND INTEREST

The development of the formula

$$A = P(1 + r/100)^n$$

provides motivation for the learning of algebra, a generalisation of arithmetic. Its applications require the use of calculators. Thus let the amount of a savings certificate becomes double in 6 years, interest being payable half-yearly, we have to find the rate of interest. Then

$$200 = 100(1 + r/200)^{12}$$

$$\text{or} \quad 1 + r/200 = 2^{1/12} = 1.05946$$

$$\text{or} \quad r = 11.892$$

If the interest is payable quarterly, then we will get

$$200 = 100(1 + r/400)^{24}$$

$$\text{or} \quad 1 + r/400 = 2^{1/24} = 1.02930$$

$$r = 11.72$$

If the rate of interest is 12% and the interest is payable quarterly then in 6 years, Rs 100 will become

$$100(1 + 3/100)^{24} = \text{Rs}203.2794$$

All these calculations are almost impossible without calculators and these examples represent real-life problems.

EXAMPLE 2   India's population today is 80 crores and is growing at the rate of 2.3 % per year. In how many years will it become double? What will be the population of India in the year 4000 A.D? How much land area will be available per person? If the population grows at the rate of 1% per year what will be the population in the year 4000 A.D.?

If the population doubles in n years, then

$$2 = (1.023)^n$$

This requires the knowledge of logarithms and is beyond the upper primary level. However the answer is 3.48 years .

This will enable us to calculate the population approximation

because in 2010 years there will be approximately 65 such doubling periods so that the population would be

$80 \times 2^{65} = 80 \times 3.7 \times 10^{19}$ crores (This and all calculations below done with the help of calculator)

The exact value will be

$$80 \times (1.023)^{2010} = 80 \times 7 \times 10^{19} \text{ crores}$$

The land area of India is 2.7 million square km.

Land available per person is

$$= \frac{2.7 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^4}{80 \times 7 \times 10^{19} \times 10^7} \text{ sq cm} = \frac{2.7 \times 10^{16}}{56 \times 10^{27}} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{10^{12}} \text{ sq cm}$$

If the population grows at the rate of 1% per year, the population will be $80 \times (1.01)^{2010} = 80 \times 485245261$ cms

and the area per person will be

$$\frac{2.7 \times 10^{16}}{4 \times 10^{17}} = \frac{1}{15} \text{ sq cms}$$

Even if we cut down the birth rate to 1%, we shall have 1/15 sq cm per person in the year 4000 A.D. We shall have to reduce the growth rate to zero percent if we have to survive in the world.

EXAMPLE 3 Volume of blood in the human body

Suppose a person takes 50 gms of sugar and after a few minutes the measure of sugar in a sample of 10 c c of blood is .1 gm, then by the simple rule of three, the volume of blood comes out to be 5000 cc or 5 liters.

EXAMPLE 4 Surface Area of air sacs in the human body

The air we breathe passes through the trachea, which divides it into main branches, the right and left bronchia, each of which divides into two ducts, each of which again divides into two more and this process of bifurcation continues 20-22 times. Each of the terminal ducts has above 300 alveolar sacs at the end. The diameter of each ~~of such~~ alveolar sac is 75-300 microns, where a micron is equal to 10^{-6} meters.

The total number of ducts is between 2^{20} and 2^{21}

Now $2^{20} = (2^{10})^2 = (1024)^2 \simeq 10^6$

The total number of ducts is between one million and four millions and the total number of alveolar sacs is between 300 millions and 1200 millions Usually the number is taken to be 300 millions.

If we take the average radius of an alveolar sac as 100 microns, surface area is

$$4 (10^{-4})^2 \text{ sq meters} \simeq 12 \times 10^{-8} \text{ sq meters} \simeq 10^{-7} \text{ sq meters}$$

The total surface area of all alveolar sacs would then be

$$300 \times 10^6 \times 10^{-7} \simeq 30 \text{ sq meters}$$

It has been estimated that the total surface area is about 70 sq meters The total surface area of the body of an average adult human being is 1.7 sq meters (how can you find this area?), so that if all alveolar sacs are [illegible] spread over the human body, they would cover the whole human body four timesover. If these are spread on the ground, they would cover a badminton court!

MOTIVATIONS FOR LEARNING SOME TOPICS UPPER PRIMARY LEVEL MATHEMATICS

(i) Square root (a) Find the length of the sides and the perimeter of a square whose area is given (b) solve the equation $x^2 = a$ $(a > 0)$ (c) solve the equation $ax^2 + bx + c = 0$

(ii) Cube Root a. Find the length of the sides and perimeter and area of the faces of a cube whose volume is given.

(b) solve the equation $x^3 = a$

(c) solve the equation $ax^3 + bx^2 + cx + d$

(iii) Fourth and higher roots (a) Finding the length of sides of hyper-cubes whose hyper-volume is given (b) solving higher degree equations.

(iv) Geometry and Mensuration (a) Studying properties of triangles, squares, rectangles, trapeziums, parallelograms, polygons, circles

(b) surface areas of fields, walls and houses, volumes of containers

(c) studying symmetry of figures

(v) Commercial Mathematics (e.g. ... of nati... number of cars in Delhi 1 million and going up by 10% per year ... the pollution caused by them ... the problems of national certificates units, insurance, environment mathematics, space mathematics; where do we stand in relation to other countries?

(vi) Statistics; statistical representation - of data, in terms of histograms, charts, bar diagrams etc. Celebrate statistical day every year.

MATHEMATICS AS A TOOL OF LOGICAL REASONING

One of the objects of teaching mathematics should be to teach the students the nature of mathematical thinking. This includex axiomatic, logical and deductive thinking, being precise, knowing the meaning of if and only if, necessary and sufficient conditions, analysing what is given and what has to be proved, finding which variables have to be retained and which variables have to be eliminated.

SUGGESTED READINGS

- SUGGESTED EXPERIMENTS IN SCHOOL MATHEMATICS (in three volumes) published by Arya Book Depot ,Delhi. This gives 500 ... active innovative ideas for discovery and pattern recognition approaches (teaching and learning
- INSIGHT INTO MATHEMATICAL MODELLING , INSA. This gives 100 applications of school mathematics in surveying the earth and the heavens, ecology,human physiology,physics. economics, operations research etc
- THE FASCINATING WORLD OF MATHEMATICAL SCIENCES (in 8 volumes) Mathematical Sciences Trust Society, Volumes 2 and 3 of this give fifty essays on the applications of mathematics
- EXCELLENCE IN TEACHING,For all those who want to become better teacher
- Mathematical Modelling, Wiley Eastern. This gives 100 applications of undergraduate mathematics
- Mathematical Models in Biology and Medicine, Affiliated East West Press

SOME QUESTIONS ASKED AT THE NCERT [illegible] TEACHERS FROM PROF J.N.KAPUR AND HIS ANSWERS TO THESE QUESTIONS

What is a set?

A set is a well-defined collection of numbers ie given any object, we should be able to say whether it belongs to the collection or not. Thus we have a set of natural numbers, but we do not have a set of good cricketers, because a good cricketer is not very well-defined.

Why do we study sets in mathematics?

Mathematics can be defined as a study of <u>sets with structures</u>. We study sets of natural numbers, integers, rational numbers, complex numbers, vectors, matrices etc and the structures are provided by commutative, associative, distributive laws etc. We also study sets of points and lines in geometry and the axioms and theorems provide the structures there.

But do we study these structures in school mathematics?

To some extent, we do so, when we study various laws of algebra and various theorems of geometry. However we do study the algebra of sets, where instead of addition and multiplication of numbers, we study union and intersection of sets.

What is the structure in the set of sets?

This structure is provided by laws like the following:

$A \cup A = A, \qquad A \cap A = A$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

Some of these laws are different from the laws of algebra of numbers.

What are the uses of study of sets?

(i) It shows that we can have an algebra different from algebra of numbers e.g here we have

$A \cup A = A$ but in algebra of numbers $a + a \neq a$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, but in algebra of numbers

$$a + (b \times c) \neq (a + b) \times (a + c)$$

(ii) It gives us the algebra of logic. We may consider the set of all true statements, then a statement is true if and only if it belongs to this set.

(iii) It gives us the algebra of switches. A switch can be open or closed and switches can be combined either in parallel or in series.

(iv) This gives the BOOLIAN algebra underlying computers

Why is the product of two negative numbers a positive number?

Since we need the commutative, associative and distributive laws to hold for all numbers, positive or negative. If the distributive law is to hold, then

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

so that $a \times (b + (-b)) = a \times b + a \times (-b)$

but $b + (-b) = 0$ and $a \times 0 = 0$

so that $0 = a \times b + a \times (-b)$

or $a \times b = -(a \times (-b))$

or $(-a) \times (-b) = -((-a) \times b)$, $a > 0$, $b > 0$

Thus $(-3)(-4) = -((-3) \times 4)$

$= -((-3) + (-3) + (-3) + (-3))$

$= -(-(12))$

$= 12$

Here we have used the fact that negative of a negative number is positive.

What is 'Vedic Mathematics'?

This is the name of a book written by Jagatgurum Shankaracharya Tirathankar Ji Maharaj.

What does the book contain?

It contains sixteen sutras giving high speed methods of arithmetical calculations.

Do these sutras always take less time than the usual methods?

No, Not always; but where they are applicable, they lead to a considerable saving of time.

Are these formulae given in the Vedas?

No, It was originally claimed that these sutras were given in an appendix to Atherva-Veda, but there is absolutely no evidence for this. In fact some of these formulae depend on post-Vedic mathematics and mathematics developed as late as fifteenth and sixteenth centuries. Swamiji was an M.A in mathematics and knew all about this. However great mathematicians like Aryabhatta and Bhaskaracharya did not talk about these and if these had occured in the Vedas, these mathematicians would have certainly discussed these.

Q. But it is said that all knowledge is contained in the Vedas and so Vedic mathematics must also be in the Vedas.

A. Why only Vedic mathematics; according to this, even mathematics yet to be created must be in the Vedas! All mathematics, all science and all techno-

logy are Vedic and therefore no book has a right to have the title Vedic mathematics.'

What is problem-solving in mathematics? Why is it being given so much importance?

Problem-solving is the heart of mathematics. Mathematics is not computation. Doing mathematics is thinking mathematically. The more important thing is to know the technique of solving non-routine problems. According to Polya's scheme, we have to decide about the following:

- What is given in the problem?
- What is to be proved in the problem?
- What is the best path from what is given to what has to be proved?
- Have you solved similar problems before?
- Can you solve a simpler problem first?

  and so on.

Can you illustrate the strategy?

Consider the problem of finding the number of squares of all sizes on a chess board. We can try to count all of them, but this will take time and we can make mistakes. As such we try the simpler problem for 2x2 and 3x3 squares.



We find the number of squares is 1^2+2^2 and $1^2+2^2+3^2$ respectively, so that on a chess board we have

$$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2 = 204 \text{ squares}$$

Can you give more problems of the same type?

(a) Find the number of rectangles of all sizes on a chess-board.

(b) Find the number of squares on a 100x100 board.

(c) Find the number of rectangles on a 100x100 board.

(d) Find thenumber of cubes of all sizes in a nxnxn cube.

Can you give us some references?

You can read Polya's book on "How to solve it" and my book on "Enjoyment of mathematics for the millions" published by Arya Book Depot. This contains fifty such problems. My 4 volumes of "Fascinating World of Mathematical Sciences" and three volumes of Suggested Experiments in School Mathematics also contain many interesting and challenging problems. Problems set in olympiads are also useful for this purpose.

NUMBER SYSTEMS

By

SHASHI PRABHA ARYA

Maitreyi College, Bapu Dham Complex, Chanakya Puri
New Delhi-110021

First of all, I would like to thank the organisers of this workshop for inviting me. When Ms. Surja Kumari approached me, she said you have to speak on Number Systems-but not the stuff given in the text-books, something new that they can enrich their teaching with, something that would enthuse- that would excite - that would activate the students. With that in mind, I would try to give you some scattered ideas which you can use in your class-room while developing your number systems as you go along from class VI to class VIII.

Infact, number system forms the basis of all mathematics. The branch of mathematics which deals with the properties of numbers is called Number Theory. The Prince of Mathematicians Gauss once said

"Mathematics is the queen of Sciences and the number theory is the queen of mathematics." The beauty of the theory lies in the fact that there are lots of unsolved famous problems which can be easily explained to the students and they can easily understand these. I shall try to describe some of these problems and you would find that these would surely generate a lot of interest in the students towards mathematics. It is very important that the students are not scared away from mathematics right at an early stage.

As you know, the students already have an idea of numbers. They are forced to learn about numbers and operations of numbers while they are still too young. What they are not exposed to is the beauty, the power, the very many uses of the number systems.

The early important developments based on numbers must be credited to Pythagoras and his students. To Pythagoreans, every-thing was number. The meanings they attached to numbers seem childish to us today. For them, one stood for reason, because it was through reason that one could arrive at one consistent body of doctrines. Two was identified with opinion since to every opinion there is an antiopinion. Three was identified with man(infact odd numbers were masculine, even numbers feminine) being the first masculine number, four was justice since it is the first number which is the product of two equals, five was identified with marriage being the union of two (the first feminine number) and three, seven represented health and eight represented friendship or love. The four fundamental operations of addition, subtraction, multiplication and division evolved gradually in the present form were referred to by Lewis Caroll as ambition, distraction, uglification and derision. By the way, so far as the Hindu contribution to the development of number systems is concerned, we would like to recall that the idea of using zero was conceived by the Hindus. It reached Europe through the Arabs. Also, the decimal system of notation of numbers is due to Hindus.

The books 7, 8 and 9 of Euclid's 'Elements' are devoted to number-theory. As you know, the 'Elements' is the oldest Greek

treatise which summarizes the whole of mathematics [illegible] the time of Euclid. It is in the form of 13 books. People have had so much fun from numbers. So many books on mathematical recreation deal with interesting [illegible] numbers. They not only reveal the [illegible] of numbers [illegible] developments in number theory have [illegible]. Before I describe some of the famous problems of classical number theory, let me give you methods of constructing magic-squares of order n. Magic squares have been a form of old amusement. In ancient times, magic squares of orders 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 were associated with the seven astrological planets : Saturn, Jupiter, Mars, Sun, Venus, Mercury and the Moon. Ramanujan's first [illegible] with his work on magic squares.

Natural numbers can be classified into 3 categories : Odd, sigly even and doubly even. I shall tell you the rule to construct a magic svaure of any order n. Ofcourse, there is a mathematical theory behind the rules and those interested can refer to Rouse Ball's book for details. There is a story that in the court of the Russian queen Catherine the great, Euler was called upon to prove the existence of God. After writing down long complicated mathematical formulae which had no meaning. Euler wrote in the end 'and hence the God exists'. Since no one present understood a bit, everyone agreed that the God exists. It is not that you ~~accept~~ should accept anything in mathematics without understanding the theory underneath, but so far as the three rules for constructing the magic squares are concerned,

I am sure the students would enjoy even if they don t appreciate the theory behind.

<u>Rule for constructing a magic square of order n where n is odd</u> :

Suppose n = 2m + 1.

Start with the number 1 and place it in the middle cell of the top row.

The successive numbers should now be placed in their natural order in a diagonal line which slopes upwards to the right, except that

(a) When the top row is reached, the next number is written in the bottom row as if it came immediately above the top row ;

(b) When the right-hand column is reached, the next number is written in the left-hand column as if it immediately succeeded the right-hand column ;

(c) When a cell which has been filled up already or when the top right hand square is reached, the path of the series drops to the row vertically below it and then continues to mount again.

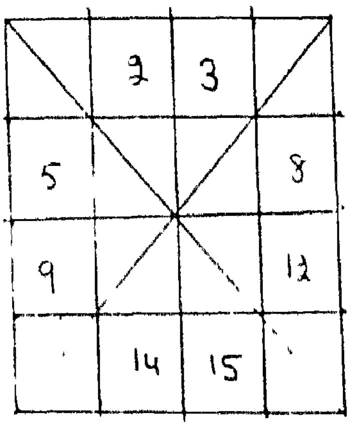
<u>Rule for constructing magic squares of a doubly even order</u>

Suppose n is a number of the form 4m.

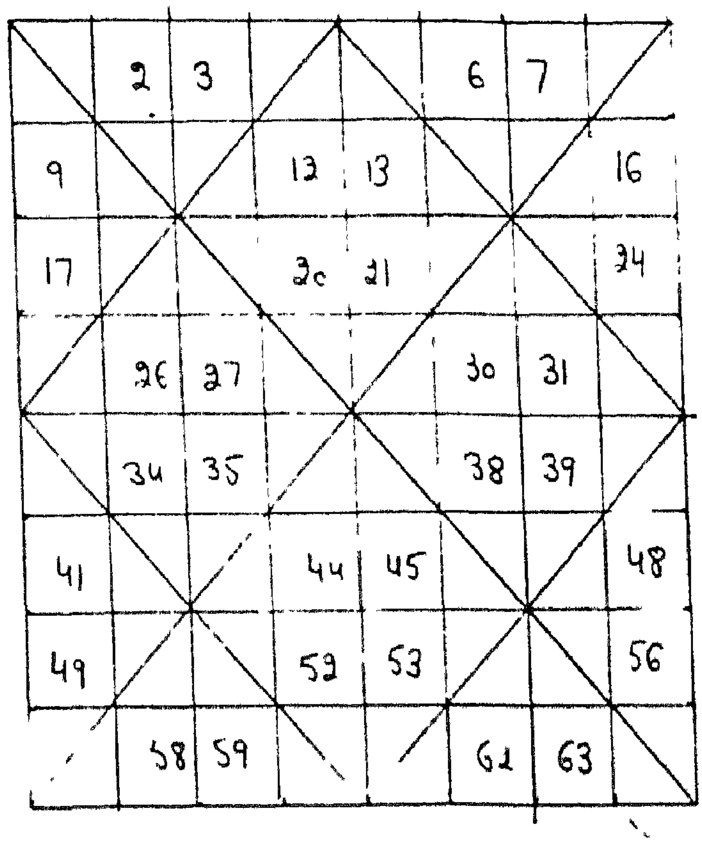
First write the numbers from 1 to n^2 in their natural order in rows of n.

Cross the numbers by the diagonals of every component block of 4^2 cells.

Now, replace the numbers in these diagonal cells by their complements.



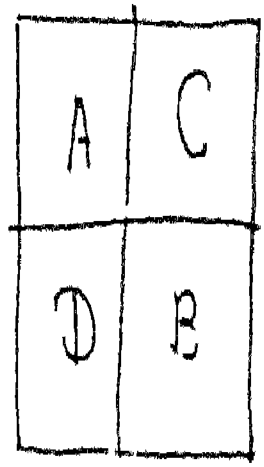
n = 4



n = 8

<u>Rule for constructing magic squares of a singly-even order:</u>

Suppose $n = 2(2m+1)$. Divide the square in to four equal quarters A, B, C, D, in the order as shown.



Let $u = \frac{n}{2}$. Then u is odd.

In A, construct a magic squares with numbers 1 to u^2. Then, construct magic squares in B, C and D with numbers u^2+1 to $2u^2$, $2u^2+1$ to $3u^2$, $3u^2+1$ to $4u^2$.

Now, in the middle row of A, take the m cells next but one to the left-hand side, in each of the other rows take the m-cells nearest to the left-hand side and interchange the numbers in these cells with the numbers in the corresponding cells in D.

Next, interchange the numbers in the cells in each of the m-1 columns next to the right hand side of C with the numbers in the corresponding cells B.

Problems in Prime Number Theory

You are already familiar with prime numbers. Let us recall that a natural number $p > 1$ is said to be a prime number if its only divisors are ~~1, p.~~ 1 and p .

For instance, as you can check , first 10 primes are

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

1 is not considered to be a prime.

A natural number $p > 1$ is said to be a composite number if it has divisors other than 1, p.

For instance, 6, 27, 35 are composite.

Every natural number greater than 1 is either prime or composite.

Let us also recall the following important theorem which you have already learnt :

The fundamental theorem of Arithmetic (also known as the unique factorization theorem):

Every natural number greater than 1 can be expressed uniquely as a product of powers of prime numbers.

In view of the above theorem, the prime numbers become very important, as it reduces the properties of numbers to the properties of prime numbers.

Several problems were raised in connection with primes. One of the major questions asked was

"How many primes are there ?"

One of the first significant contribution to the theory of prime numbers came from Euclid who answered the above question by proving that the number of primes was infinite. The proof appeared as <u>proposition</u> <u>20</u> in <u>book</u> IX of Euclid's 'Elements'. The proof is remarkable because of its simplicity. It is a beautiful illustration of excellence in mathematics. G.H. Hardy writes about this theorem.

'It is a 'simple' theorem, both in idea and in execution, but there is no doubt at all about its being a theorem of the highest class. It is as fresh and significant as when it was discovered - two thousand years have not written a wrinkle on it.'

Let us describe the proof as given by Euclid.

Suppose the set of primes $2, 3, 5, \ldots, p_n$ is a finite set.

Form the number

$$m = (2.3.5. \ldots\ldots p_n) + 1 .$$

The number m must be either prime or composite. If m is prime, we have nothing to prove since in that case m is a prime not in the given set (it being greater than any of them). If m is composite, let q be one of its prime factors (this is guaranteed by the Fundamental theorem of Arithmetic). Now,

$q \notin \{2, 3, 5, \ldots\ldots, p_n\}$ because there is always a remainder of <u>1</u> when m is divided by each of these. Therefore the given set does not contain all the primes and so our supposition is wrong and the primes are not finite in number.

You may like to know that in 1837, Dirichlet proved that

every set of numbers of the form $an + b$, where a and b are relatively prime, contains an infinite number of primes. Thus, for instance, the set of integers of the form $3n + 1$ (3 and 1 are relatively prime, that is, they have no common divisor other than 1), that is, the set $\{1, 4, 7, 10, 13, \ldots\}$ contains infinitely many primes. Similarly, the set $\{6n + 5 : n \in \mathbb{N}\} = \{5, 11, 17, 23 \ldots$ contains infinitely many primes.

In an attempt to find a simple algebraic formula that will produce only prime numbers, Fermat conjectured that $2^{2^n} + 1 (= F_n)$ was a prime for all positive integers n. F_n's are known as Fermat + primes. For n = 1, 2, 3, 4, we get respectively the primes 5, 17, 257 and 65537. But Euler (1732) showed that for n = 5 , $2^{2^5} + 1 =$ 4294967297 is = 641 x 6700417 and so not a prime number. Infact it has not been proved that $2^{2^n} + 1$ is a prime for any value of n greater than 4. It is not a simple matter to verify it even for small values of n. For example, even for n = 7, $2^{2^n} + 1$ is greater than 34 followed by 37 zeroes.

F_n's which are not prime : (in order of discovery date) are F_{12}(1877), F_{23}(1878), F_6(1880), F_{36}(1886), F_9, F_{18}, F_{38}(1903), F_7(1905), F_{73}(1906), F_8(1909), F_{15}(1925), F_{10}(1952), F_{16}(1953). F_{17} is the smallest whose character is not known. There are at least 35 F's which have been proved to be composite. The largest is F_{1945} which has a factor $5.2^{1947} + 1$ which has 587 digits.

There are some formulae which give primes upto a cetain point. For instance, $n^2 - n + 41$ is prime for all $n < 41$. Likewise, $n^2 - 79n + 1601$ is prime for all $n < 80$. But no formula has yet been

established which would give a prime for all values of n.

Wilson's beautiful completely general theorem: If $n > 1$, then $(n - 1)! + 1$ is a multiple of n if and only if n is prime.

There are several other questions concerning primes. For example, how many pairs of primes differ by 1, how many differ by 2 (prime twins), or by 3, or by 4 etc. Some of these are easy to answer. For instance, 2 and 3 are the only primes differing by 1, 2 and 5 are the only primes differing by 3. There are no primes differing by 7. But there remain several unsolved problems concerning primes.

Another question concerning primes that is asked is 'how far apart are different primes ?'

In this connection, one might like to note that none of the following 999 consecutive natural numbers is prime :

$$1000! + 2 \; , \quad 1000! + 3 \; , \quad 1000! + 4 \; , \; \ldots\ldots$$
$$- - - - - \quad 1000! + 1000 \; .$$

Can you see why these are not primes ? Also, are you wondering why we didnot start with $1000! + 1$? The reason is that $1000! + 1$ could well be prime. It is not settled till today.

In 1641, Fermat proved that every prime of the form $4n + 1$ can be written as the sum of two squares in a unique way. This reminds one of a famous story about Hardy and Ramanujan. Hardy had gone to see Ramanujan in hospital and he told Ramanujan 'I thought the number of my taxi was 1729. It seemed to me rather a dull number'. To this, Ramanujan replied 'No, Hardy! No, Hardy ! It is a very

interesting number. It is the smallest number expressible as the sum of two cubes in two different ways.' Can you write 1729 as the sum of two cubes in two different ways ? When Hardy asked Ramanujan whether he knew the answer to the corresponding problem for fourth powers, he replied that the first such number must be very large. Hardy found out later that Euler had solved the fourth-power problem already and the number was

$$635,318,657 = 158^4 + 59^4 = 134^4 + 133^4 .$$

One other problem concerning primes has been that of finding the largest prime. In 1965, the largest known prime was

$2^{11213} - 1$ which contains 3376 digits.

To-day, the largest known prime is $2^{216091} - 1$, a number of 65 050 digits

These days with the help of computers, it is possible to examine very large numbers for their primeness. But still, there are many problems which remain unsolved and there are many which have been solved only in theory one remark is in order:

Suppose we want to examine whether a given number c is prime or not. One way would be to try to divide the number by all numbers less than it. However, since every non-prime will have a prime factor, it suffices to divide by all primes less than c. However still, in a factorization not both factors a, b can be $> \sqrt{c}$, for $a > \sqrt{c}$, $b > \sqrt{c} \Rightarrow ab > c$ which is absurd.

Thus, to find whether c has a divisor we need only examine whether any of the primes $\leq \sqrt{c}$ is a divisor.

<u>Ex</u>. $\sqrt{C} = \sqrt{91} = 9$·--- . By trying 2, 3, 5, 7, we find 91 = 7 x 13

The most extensive table of primes giving all primes upto 10 million was published by D.N. Lehmer. There are exactly 664579 primes less than 10 million, or about $6\frac{1}{2}\%$. More recently, D.H. Lehmer (the son of D.N. Lehmer) calculated total number of primes less that 10 billion. There are exactly 455,052,512 such primes or about $4\frac{1}{2}\%$.

<u>Mersenne's numbers</u> are as famous as Fermat primes. They are defined by

$$M_p = 2^p - 1 \text{, where p is a prime.}$$

In 1644, Mersenne asserted that the only values of p below 257 for which $2^p - 1$ is a prime are

$$p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257 .$$

Unfortunately this was not true. In 1886, it was discovered that M_{61} is a prime. However, in 1903, it was proved that

$M_{67} = 193707721 \times 761838257287$ and so M_{67} is not a prime.

Moreover Lehmer proved in 1931. that M_{257} was not a prime where as M_{89} and M_{107} were proved to be prime.

Today it is known that M_p <u>is prime</u> for

p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941, 11213 and

M_p <u>is not prime</u> for all other values of $p < 12000$.

Thus there are ~~24~~ 30 Mersenne primes known today of which the largest happens to be [illegible].

~~computer in the Mathematics Department of University of Illinois who were so proud of it that they issued a stamp with the number.~~
It is still unknown whether the number of Mersenne primes is infinite or finite.

Mersenne primes are very much related with <u>perfect numbers</u>.

A number is said to be perfect if it is the sum of its divisors other than itself. For example ,

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 4 + 14 = 28$$

and so 6 and 28 are perfect numbers. The smallest perfect number is 6. It has been proved that if $2^p - 1$ is a prime, then $2^{p-1}(2^p-1)$ is a perfect number. Thus corresponding to every Mersenne prime, there is a perfect number. We mentioned that so far 23 Mersenne primes are known, so we know of 23 perfect numbers. Also, all the perfect numbers of the above form are even and it is possible to show that if a perfect number is even, it must be of this form. We may wonder :

Are there any odd perfect numbers ? As at present the answer is : We don't know. It would be quite something if one can come out with an odd perfect number. In 1968, it was shown that an odd perfect number must have atleast 36 digits.

Closely related is another class of numbers-namely <u>amicable numbers</u> or <u>friendly numbers</u>.

Two numbers are called amicable if each equals the sum of the aliquot divisors of the other. The oldest known such pair is

220 and 284.

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

and $$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

The pair (220, 284) also happens to be the smallest pair of amicable numbers.

Again attempts were made from time to time to discover formulae which will produce amicable numbers. Today there are 390 known pairs of amicable numbers. A complete list giving all these 390 pairs can be found in Scripta Mathematica (1946) in the article on Amicable numbers by E.B. Escott who alone found 233 pairs out of these 390 in 1934. Infact there is one more pair (12285, 14595) of amicable numbers besides these 390 which was discovered by B.H. Brown in 1939. It seems that after brown, no new pair has come to light.

2. GOLDBACH'S CONJECTURE

Christian Goldbach was a German teacher of Mathematics. In 1742, he wrote to Euler that he conjectures :

"Every even integer (>4) can be written as the sum of two odd primes."

The above conjecture of Goldbach has not been settled till today. The conjecture is easy to verify for the first few even integers. For instance,

$$6 = 3 + 3$$
$$8 = 3 + 5$$
$$10 = 5 + 5$$
$$12 = 5 + 7$$

$14 = 7 + 7$

$16 = 5 + 11$

$18 = 5 + 13$

$20 = 3 + 17$

$22 = 11 + 11$

[illegible] + 1 [illegible]

[illegible] the conjecture must be true. [illegible] conjecture [illegible] been verified for all even integers [illegible] 1 [illegible]. [illegible] proof, or a counter-example [illegible]. Ofcourse, there are partial results. [illegible] even integer can be written as the sum of [illegible]. There are results which come very close to solving [illegible], the Russian mathematician Vinogradov [illegible] solved it. He has proved that

'Almost all even integers are the sum of two primes.'

Here, 'almost all' means that if A(n) denotes the number of even integers $\leq n$ which can not be represented as the sum of two primes, then the ratio $\frac{A(n)}{n}$ is very near 0 as n becomes very large.

The mathematician Landau puts it like this

"The Goldbach conjecture is false for almost 0% of all even integers ; this almost 0% does not exclude, ofcourse, the possibility that there are infinitely many exceptions."

3 <u>FERMAT'S</u> <u>LAST</u> <u>THEOREM</u>

Consider the equation

$$x^2 + y^2 = z^2 .$$

There are several triples (x, y, z), which are natural numbers, which satisfy the above equation. Such triples are known as Pythagorean triples. For instance, (3, 4, 5), (5, 12, 13) are solutions of the above equations and so these triples are Pythagorean triples.

Infact, there are formulae which would give you several Pythagorean triples. For instance, for <u>any</u> natural numbers, m, n, the triple $(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$ is a Pythagorean triple, m, n are relatively prime m > n, exactly one is even ,other is odd. Likewise, if n is any odd number (>1), then $(n, \frac{n^2 - 1}{2}, \frac{n^2 + 1}{2})$ is a Pythagorean triple.

The situation is not that rosy when one attempts to find an integral solution of

$$x^n + y^n = z^n \quad \text{for } n > 2 .$$

The French mathematician Pierre de Fermat made a conjecture that there are no three natural numbers x, y, z which can satisfy this equation if n > 2.

This result Fermat wrote in the margin of his copy of the Latin translation of Diophantus Arithmetica. The note reads as follows:

'To divide a cube into two cubes, a fourth power, or in general any power whatever into two powers of the same denomination above the second is impossible, and I have assuredly found an admirable proof of this, but the margin is too narrow to contain it.

Inspite of Fermat's firm declaration, the result remains unproved till today. Thus, it cannot be called a 'theorem', nor

it is the 'last' work of Fermat. A proof for n = 4 was found in Fermat's work elsewhere. For n = 3, it was proved by Euler a century later in 1770. Another century later, Legendre and Dirichlet proved it independently for n = 5 in 1825. In 1839, Lame proved it for n = 7.

In 1843, the German mathematician Kummer submitted a proof of Fermat's theorem to Dirichlet who found an error in the proof. Based on the ideas developed by Kummer, several special cases have been proved. For instance, it has been proved that Fermat's theorem is true for all $n < 4003$ and for many other particular values of n. But the general theorem has not been settled.

In 1908, the German mathematician P. Wolfskehl bequeathed 100,000 marks to the Academy of Science at Gottingen as a prize for the first complete proof of the theorem. This motivated thousand of amatuers to attempt a solution. Fermat's theorem has gained the reputation that it is a mathematical problem for which the greatest number of incorrect proofs have been published. There appeared 1000 false proofs between 1908 and 1912. Ofcourse, several eminent mathematicians have worked on the problem and many partial results have been obtained. For instance, the problem has been reduced to finding an integral solution of

$$x^p + y^p = z^p$$

where p is an odd prime. Whether even Fermat had himself found a solution or not might never be known.

The Number System and Conceptual Errors in Mathematics.

Dr. [illegible] Singh
[illegible], N.C.E.R.T.

The Natural or Counting Numbers

Consider the set of natural numbers : $N = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$ If we add any two of the numbers, the number which is their sum will also be in the set N. Thus given any pair of natural numbers as a and b, there exists one and only one natural number called the sum of a and b. This sum is indicated as $a + b$.

Now consider a subset of N such as the set of all one digit natural numbers : $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. (A set M is called a subset of N if every element of M is also an element of N). It may be seen that the sum of two numbers such as 3 and 5 will be another number in the set. However, it is possible to add two numbers, or elements, such as 6 and 8 to obtain a number not in the set. We say, then, that the set of all one digit natural numbers is not closed under the operation of addition. The set of all even natural numbers is closed under the operation of addition, since the sum of any two even numbers is another even number. The set of all odd natural numbers is not closed for addition, since the sum of two odd natural numbers is an even number.

It may seem unnecessary to call attention to the fact that we obtain the same sum when we 'add up' a column as when we 'add down' the column. But this illustrates the principle of the commutative law for addition of

natural numbers. In general it means that if a and b are any two natural numbers, then a + b = b + a.

The associative law for addition means that if a, b and c are any three natural numbers, then a + (b + c) = (a + b) + c. To be specific (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4), or 5 + 4 = 2 + 7, since each sum is 9.

The set of natural numbers is also closed under the operation of multiplication, for if we multiply any two natural numbers, we obtain another natural number. Thus given any two natural numbers a and b, there exists one and only one natural number called the product of a and b. This product is indicated as a.b or ab.

The commutative law also applied to multiplication of natural numbers. It means that if a and b are any two natural numbers, then a.b = b.a. To be specific 3·4=4·3; which actually means that 4 + 4 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3.

Similarly, the associative law holds for multiplication of natural numbers, since if a, b and c are any three natural numbers, then (a.b).c = a.(b.c). To be specific : (3.4) · 5 which is (12) . 5 = 60 is the same as 3.(4.5) which is 3.(20) = 60.

We may generalize further and say that the sum of any number of natural numbers is a natural number; we may add them in any order and group them in any way we please.

Also, the product of any number of natural numbers; we may multiply them in any order and group them in any way we please.

The distributive law of multiplication over addition means that $a.(b + c) = (a.b) + (a.c)$ and applies to the set of natural numbers.

The Integers. Do, we have closure for natural numbers under the operation of subtraction ? First let us define subtraction as the inverse of addition, meaning that if a and b are natural numbers, then there exists a unique number x such that the difference between a and b in that order means that $b + x = a$ or $a - b = x$. If $a > b$, then we see that x is a natural number; but suppose $a = b$ or $a < b$. In order to have closure for subtraction, the number system must be extended to include zero and the positive and negative numbers.

First, let us define zero, whose symbol is o, as the number which has the property $a + 0 = a$ or $a - a = 0$. The set of natural numbers now become $N = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$. For any number b of this set, $b.0 = 0 + 0 + \ldots + 0$ where there are b zeros in the sum. Hence $b.0 = 0$. Also $0.0 = 0$. If a and b are any two natural numbers and $ab = 0$, then either a or b or both must equal to zero.

Let us define division as the inverse of multiplication. That is to divide a number a by a number b means to find a number x such that $b.x = a$. Then $a \div b = x$. Since $0 \div b$ means a number x such that $b.x = 0$, x must be zero if b is not zero. That is $0 \div b = 0$ if $b \neq 0$.

Does $a \div 0$, where $a \neq 0$, have a meaning ? If so, it is a number x such that $0.x = a$. But since zero times any number is zero, this would lead to a contradiction, and

... must conclude that $a \div 0$ has no meaning. Also, if $0 \div 0$ means anything, it would mean a number x such that $0 . x = 0$. But then x could be any number so that $0 \div 0$ is meaningless. Therefore, we must have the rule that division by zero never permitted, and that $a \div 0$ is not a number.

To give meaning to $0 - a$ and $a - b$ where $a < b$, we must introduce positive and negative numbers. We shall call this new set of numbers, the set of new integers : I = { ..... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ... }. With these new numbers we have closure not only under the operations of addition and multiplication, but also under the operation of subtraction. Also the commutative, associative, and distributive laws still hold.

<u>The Rationals</u>. Before we examine the operation of division for clousre, let us restate the meaning of division. To divide a number a by a number b means to find a number x such that $b . x = a$. Then $a \div b = x$. In the examples $6 \div 2$; $(-6) \div 3$; $0 \div 5$ and $6 \div (-1)$, the quotients are also elements, or numbers, in the set of integers. Since $a \div 0$ or $0 \div 0$ has already been explained as having no meaning, we will need not consider such examples as $5 \div 0$ and $0 \div 0$. But is there a number x such that $-7 \div 2 = x$, meaning $2 . x = -7$? We see immediately that the set of integers I = { ..... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ... } is not closed under division.

Since $-7 \div 2$ or $2 \div 5$ are not numbers in the set of integers, it is now necessary to introduce a new kind of number so that $a \div b$ will have meaning for all cases (except for $b = 0$). This new number is called a fraction and the symbol for it is a/b where a and b are natural

numbers. This would, however, restrict our new numbers to positive fractions. In order to include negative fractions, we must remove the restriction that a and b are natural numbers and say that they are signed integers. Then if our laws of operations for signed numbers are to hold, we must agree that if a and b are natural numbers, $\frac{-a}{+b} = \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$ and $\frac{-a}{-b} = \frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

This new system of numbers consists of all numbers of the form p/q where p and q are integers, $q \neq 0$. This new system is called the rational number system. The system may be displayed as follows (the first row can be thought of as having denominator 1):

...... -4, -3, -2, -1, 0 , 1 , 2 , 3 , 4, ...
...... -4/2, -3/2, -2/2 , -1/2, 0/2, 1/2, 2/2, 3/2, ...
...... -4/3, -3/3, -2/3, -1/3, 0/3, 1/3, 2/3, 3/3, ...
....
....

The rules which have been set up for operating with fractions can be extended to include all rational numbers and it can be shown that the set of rationals is closed under the operations of addition, multiplication, subtraction and also division. Hence, these four operations are called the rational operations.

The Real Numbers. Let us now consider a new kind of operation. Is it always possible to find a number such that the number multiplied by itself gives another number in the set of rationals ? For example, the number 5 multiplied by itself gives the number 25; also, -5 multiplied by itself gives the number 25. Now what number multiplied

by itself gives 2 ? It can be proved that there is no rational number x such that x.x = 2 or x^2= 2 by showing that x cannot be written as the quotient of two integers. This gives rise to a new kind of number called an irrational number and which is defined as a number which can not be written as the quotient of two integers. An algebraic irrational can be obtained as roots of equations of the form P(x) = 0, where P(x) is a polynomial with rational coefficients. A transcendental number is an irrational, such as π which is not a root of any equation of the form P(x) = 0.

The real number system is now composed of the positive and negative rational numbers, the positive and negative irrational numbers, and zero. This system is <u>closed</u> under the operations of addition, multiplication, subtraction, and division by non-zero. The element of this system also follows the fundamental laws. If a,b, and c are real numbers, then : a + b = b + a ; a.b = b.a (commutative) a + (b + c) = (a + b) + c ; a.(b.c) = (a.b) .c (Associative) a.(b + c) = a.b + a.c (Distributive).

Any system satisfying these conditions with two operations. + and . , and in addition has a 'zero' element such that x + 0 = x for any x in the system and has a 'unit' element such that x.1 = x for any x in the system is called a field.

<u>The Complex Numbers</u> : The irrational number was invented in order to have a number whose square was either positive or zero. Is there a number whose square is negative ? We can say there is no real number but we can

invent a new number. Let us define this new number as a number whose square is negative and call it a pure imaginary number. We may denote the number whose square is -1 by i so that $i^2 = -1$. If a is any real number, then $(ai)^2 = a^2 i^2 = -a^2$. We call i the imaginary unit. The word imaginary is misleading since actually the imaginary number is very real to an electrical engineer. Since the letter i is a symbol for electrical current, the physicist and electrical engineer use the letter j for $\sqrt{-1}$.

The system of numbers made up of real numbers and pure imaginary numbers is not closed for addition since $a + bi$ is neither a pure imaginary number nor a real number. This new kind of number, called a complex number and defined as a number of the form $a + bi$ where a and b are real numbers, gives us the complex number system. If $a = 0$, we have a pure imaginary number; if $b = 0$, we have a real number. The algebra of complex numbers is the same as for real numbers except that if we obtain i^2 we replace it by -1.

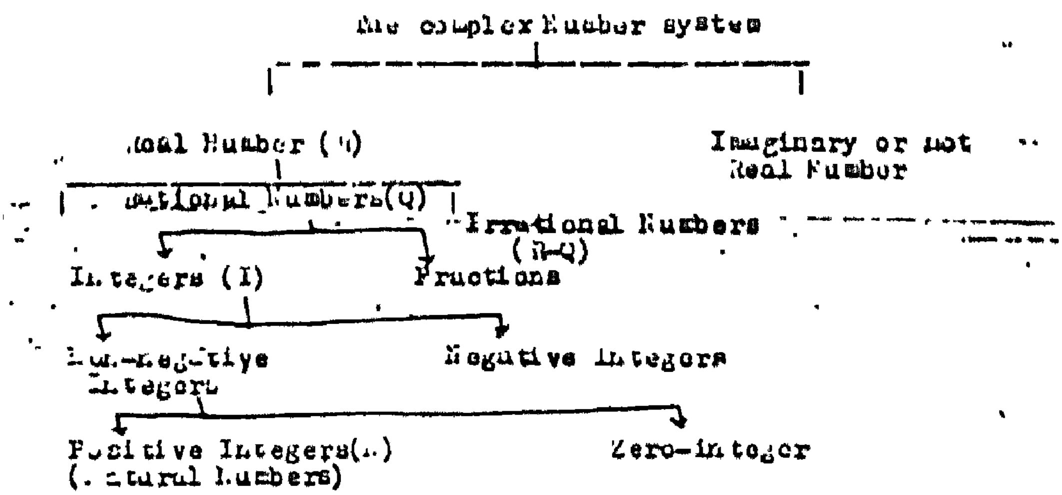
A Diagram of the Complex Number

It is important that the pupil sees the organization of the number system as it is developed. He should be made to realize that each new number was 'invented' because there was a need for it. For instance, one can imagine that there was a time when early man had no particular need for natural numbers. He had nothing to count. However, as his possessions increased, he like modern man wanted to talk to his neighbour about how much and how many he had, so 'counting numbers' or integers were invented. As civilization developed, life became more complex, making

the invention of still more numbers a necessity.

Beginning with the kindergarten programme and continuing through the last year of high school, the pupil should always be aware that he is building a system of numbers. By the time the pupil completes the study of complex numbers, he is ready to recognize the full impact of the principle of 'closure' on the development of the complex number.

The following diagram is helpful in showing the pupil the over-all picture. It can be used as a 'growing' bulletin board by adding the name of the number field as it is invented.



<u>Graphing</u>

The concept of 'coordinates' should be developed with order on a line. This can be done with a yardstick. A number is associated with each point (say the centimeter divisions) beginning with zero and continuing to include 36. Each of these is called the coordinate of a point. In other words, 2 gives the position of a point on the

systematic. Similarly, a line which contains only integers with each being associated with a point begins the development of the real axis.

Choose the set of positive integers $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. As graphically represented, the 'solution set' of $x + 3 = 7$ is the point that has the coordinate (4) located on the line. See Fig. 1.

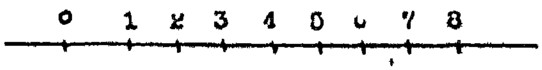


Fig. 1.

Now consider the graphical representation of $x + 3 < 7$. In the set of positive integers, the solution set consists of the points 1, 2, and 3 or $S = \{1, 2, 3,\}$ See Fig. 1.



Fig. 2.

As the need arises for new numbers, the line axis is filled in with fractions and irrational numbers, both positive and negative. The real axis appears as illustrated in Fig. 3.

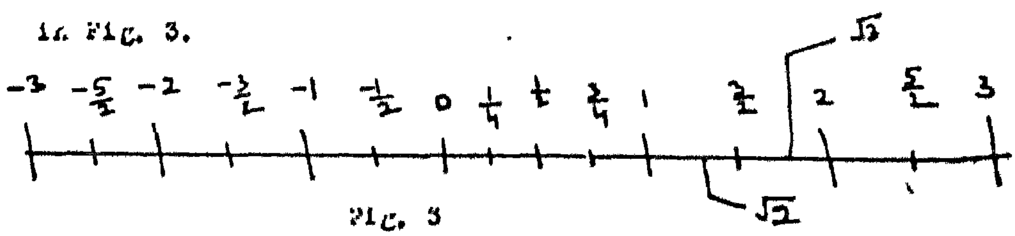


Fig. 3

In the set of positive real numbers, find the solution set of points for $x + 3 < 7$. This will be all the positive real numbers from 0 to 4 (but not inclusive) as indicated by that portion of the line axis enclosed with the brackets in Fig. 4. It means that the solution set will be a set of points for which $x > 0$ and $x < 4$, or $0 < x < 4$.

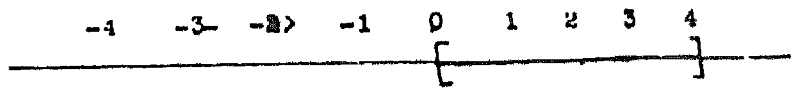


Fig. 4

Relationship with two variables become the next consideration. Consider the realation $y = x + 4$. Let x and y be selected from the set of positive integers. Now for every replacement of x with a positive integer, there is a possible replacement for y which will make the relation, $y = x + 4$, true. In Fig. 5, (1,5), (2,6), (3,7), etc is called a 'set of ordered' pairs'. This terminology seems quite natural, for the relation $y = x + 4$ actually orders these pairs. These pairs are first represented as 'lattice' points as shown in Fig. 6. They are infinite in number within the previously selected set of positive integers.

x	y
1	5
2	6
3	7
4	8
5	9
6	10
.	.
.	.
.	.

Fig. 5

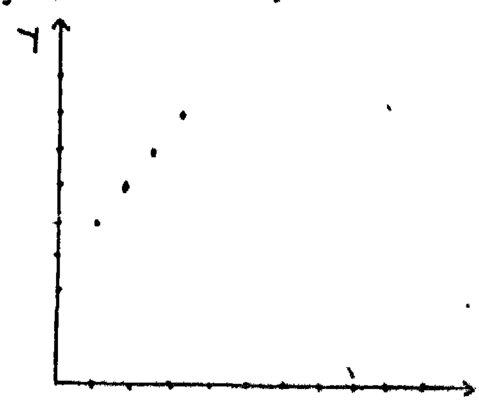


Fig. 6

Suppose x is selected from a set including only the positive integers from 0 to 4, ($0 < x < 4$). The solution set is now finite and includes : $S = \{(1,5),(2,6),(3,7)\}$ and the graph includes only the three lattice points indicated in Fig. 7.

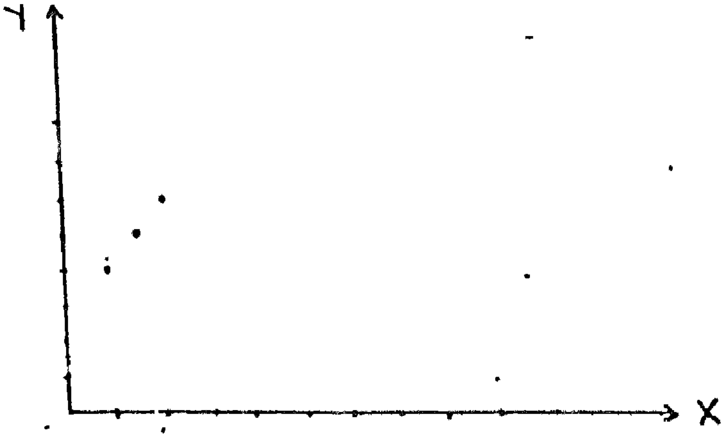


Fig. 7.

If the set from which x and y are selected include all the real numbers, the set of ordered pairs is infinite and the graph becomes continuous as indicated in Fig. 8.

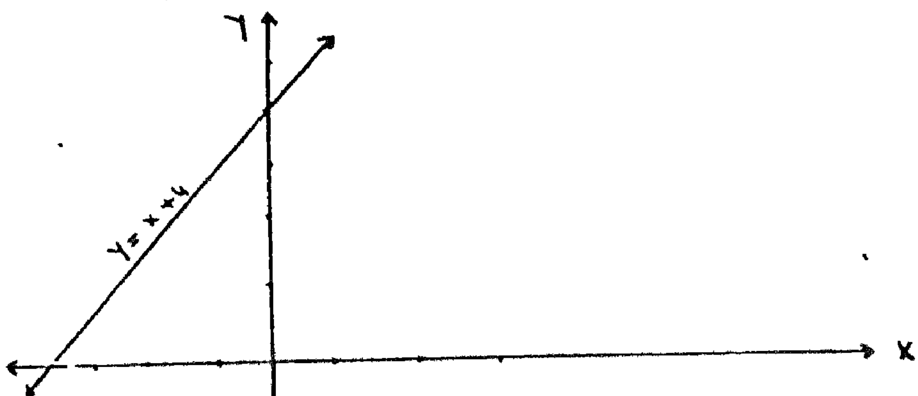


Fig. 8.

After the pupils have a thorough knowledge of relations which are equal, they should be asked to consider inequalities, sometimes referred to as inequations.

Consider the relation, $y < x + 4$ with x and y selected from the set of all positive integers. The solution set containing only positive integers will be infinite in number, examples being, (1,2), (1,4), (6,7) etc. The graph of these pairs of numbers, as shown in Fig.9, becomes a set of lattice points which does not include the number pairs (1,5), 2,6), etc., of the $y = x + 4$ relation nor any points above these pairs.

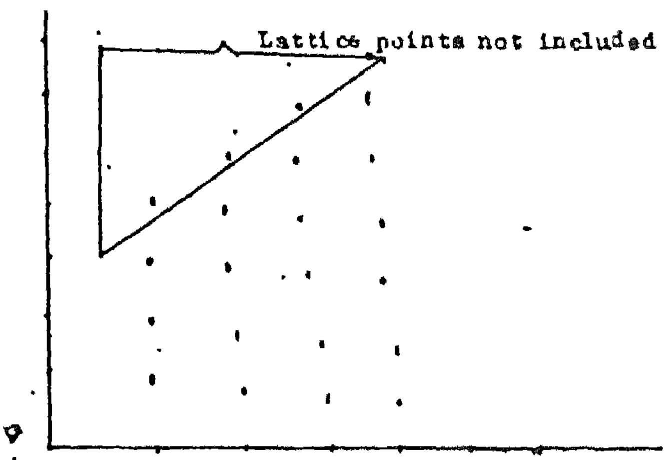


Fig. 9

If the set for x and y is increased to include all the real numbers, the set of points become a 'region' of the plane. The directed lines in Fig. 10 indicate this region.

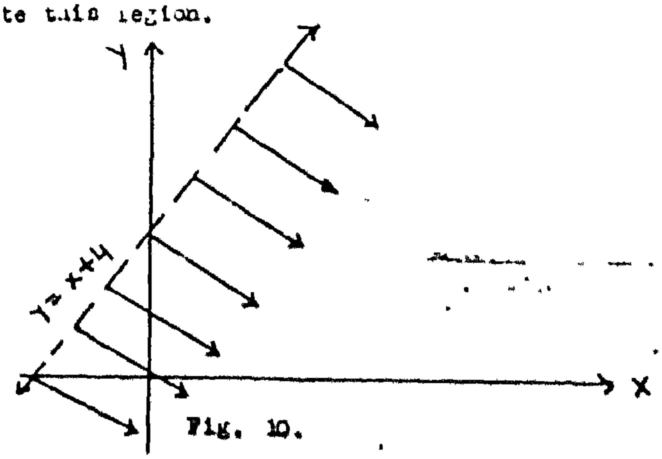


Fig. 10.

Many pupils will enjoy graphing a system of

inequalities. Propose the problem of locating the region which satisfies these two conditions : $x+y < 5$ and $2x-y < -7$. The shaded region shown in Fig. 11 constitutes the solution. This can be extended to apply to a system of 3 or more inequalities. Efficiency experts in industry utilize this method in 'linear programming'.

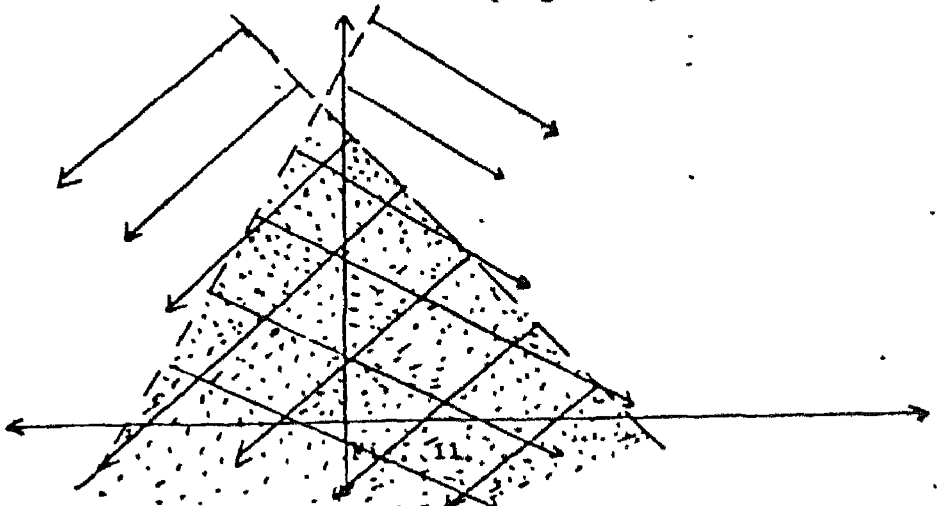


Fig. 11.

Conceptual Errors in Mathematics

Some conceptual errors in mathematics are very dangerous for students and their future careers. It has been observed that many authors make these errors in writing their textbooks, and the teachers and students become victims of these errors. Unfortunately, most teachers cannot detect these errors. All such conceptual mistakes in mathematics should be discussed in detail with teachers and students. Some such conceptual mistakes are given below.

1. The concept of 'inequation' and inequality' are considered to be synonymous by many authors. This is mathematically wrong. The difference between these two concepts is analogous to that between '<u>equation</u>' and <u>identity</u> in mathematics. An inequation is a statement

tion is not true for all values of the variable(s) involved. But an inequality is a statement which is true for all values of the variables involved. Thus $x + y \geq 1$ is an inequation but $(x+y)^2 > x^2 + xy + y^2$ is an inequality, since it is true for all values of x and y. ... We solve an inequation but prove an inequality.

2. The expression $\frac{x^2-9}{x+a}$ and x-a (a being constant) are considered to be the same expression by many. This is also not true. For $\frac{x^2-a}{x+a}$ is not defined for x = -a whereas x-a is defined for x = -a.

3. Many teachers very often write $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$ or $\sqrt{16} = \pm 4$, which is a wrong concept. In fact, the symbol '$\sqrt{\ }$' means the positive square root and not simply the square root. Hence $\sqrt{16} = 4$ (and not ± 4) and $\sqrt{(x-y)^2} = |x-y|$ and not $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$ or y-x or $\pm$ (x-y). But the square root of 16 which is written as $\pm$ 16, is definitely equal to $\pm$ 4.

4. A circle in geometry is thought to be a region having some area. But this concept is wrong. It is simply a curve (or a curved line) traced out by a point moving on a two dimensional space (plane) according to a certain law. It encloses a certain region. By the statement area of a circle, we mean the area of the region bounded by the circle and not the area of the curve which has no meaning.

5. The definition of two parallel lines as the lines which never meet is not perfectly correct. Two lines in space may never meet, but they still not be parallel. The point to be emphasised in the definition of parallel lines is that they must be coplanar. So the correct

definition of parallel lines is as follows : two lines are said to be parallel if they are coplanar and non-intersecting.

6. Certain mathematical formulas are written in textbook without any mention of some restrictions, the violation of which may lead one to get fallacious results for which a teacher or a student may not be able to give a correct explanation, because of lack of complete information on the restrictions involved in the formula. These formulas are, therefore, incomplete, and hence not correct. It is the duty of teachers to point out these restrictions to the students. For example, the famous formula of <u>index law</u>, $a^m b^m = (ab)^m$ given in any standard textbook on algebra without mentioning any possible restrictions on the values of a,b and m. Now, we give the solution of a problem in two different ways : In one of the solutions, we use the above formula. As a result we shall get two contradictory answers. Unless a student or a teacher knows the restrictions on the values of a,b and m in the above formula he/she can not explain which of the two methods of solution is correct.

$$\sqrt{-16}\sqrt{-4} = (-16)^{1/2}(-4)^{1/2} = \{(-16) \times (-4)\}^{1/2}$$

$$= (64)^{1/2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\text{also } \sqrt{-16}\sqrt{-4} = 4\sqrt{-1} \times 2\sqrt{-1} = 8 \times \sqrt{-1} \times \sqrt{-1}$$

$$= -8$$

Hence, in one case our answer is 8 and in another case it is -8. Now the question is, which one is correct and why ?

In fact, the formula $a^m b^m = (ab)^m$ is true in the following cases :

i) If m is an integer, then the above formula is true for all non-zero values of a, b.

ii) If m is a fraction of the type p/q where p and q are integers and the fraction is in the lowest term, then the formula is true for all non-zero values of a, b.

iii) If m is fraction of the type $p/_{2q}$ where p, q are integers, q > 0 and the fraction is in the lowest term, then the formula is true only when at least one of a, b is positive. When both a, b are negative, the formula does not hold good.

In the present example, since both -16 and -4 are negative the use of the above formula in the first method of solution is wrong and the second solution i.e. -8 is the correct solution.

These are only a limited number of examples of conceptual errors in Mathematics. There are many such examples where conceptual errors are made by authors. Teachers should try to find out as many such examples as possible and discuss them in a group for the improvement of Mathematics teaching.

ACTIVITIES FOR WORKROOM IN COMMERCIAL MATHEMATICS

- SUNDER LAL (AGRA)

a) The purpose of this activity is to make the student understand the working of a bank. A person working in a nearby bank may be invited to come and describe the working of his branch to the students. Students then may be taken to that branch where they can have first hand information about its functioning.

b) The student should be taught how to deal with bank. Teacher (with the help of some bank officials, if necessary) should make the student aware of various types of accounts, forms, cheques, loan applications etc. For this purpose, blank forms can be produced from banks. These forms may also be got cyclstyled in the school. Students be then taught how to fill these forms correctly, how to fill pay-in-slip, how to fill a withdrawal form, how to write an order cheque, bearer chhque or a crossed cheque, how to fill a particular loan application form, how to get a draft prepared etc. with the help of bank officials, these forms must be checked as is done in banks. Various entries must be checked and corrected. Students may be given sufficient practice x in this exercise

c) Students may be assigned small projects dealing with banks. They may be assigned various heads like fixed deposits, deposits in savings bank accounts, loan to agriculture loan to public sector, loan to weaker sections of the society, loan distributed in loan melas etc. They may be assigned different time periods like first quarter of a financial year or later half a particular calender year. They may then be asked to collect data for the assigned periods available in the bank under the assigned heads.

d) We enjoy lots of advertisements on T.V. These ads are about vari things being produced in the country. These products are being produced by various industrial houses. Some of these are in private sector and some in public sector. Students may be asked to collect these ads and tabulate the result as follows

Product	Manufacturer	Sector(Public or Private)
1.		
2.		

e) A project similar to the one discussed in (d) may be done for the products advertised in news papers and radio.

f) LIC is also a deposit taking and loan giving agency. Projects similar to the one discussed in (c) may taken for different schemes of insurance.

g) Most of the newspapers give current rates in principal markets like bullion, oils, cotton, sugar, metal, spices, etc. Students may be asked to collect data for various items in different markets over a certain period. This data may be used to study variations, percentage of price rise or fall etc.

h) From the newspapers students may collect data regarding the trends in share markets. They may study market value of shares of a certain company over a certain period, and calculated profit gained or loss incurred if the money were invested in these shares.

i) Information regarding dividend declared by different companies may also be collected from newspapers. A comparative study of the dividends declared by different companies may be studied.

j) The following game may be used to familiarise the students the use of various tables.

<u>Number of players</u>: Two(A and B)

<u>Material Needed</u>: Two dice of different colours, some fake currency notes and coins, a table showing the amount of Rs.1 at rates 1%, 2%,......6% for the periods 1 year, 2 years, ... 6 years.

How to Play: Divide the money between the players equally. Name the two dice as a rate die(R) and time die(T). Player A puts some money, say x, at stake and asks for a number (from 1 to 6) on one of the dice. Suppose he asks for 3 on die R. Player B throws the two dice simultaneously. There are three possibilities. 3 appears on R. In this case B will give to A the amount of the principal x at the rate shown on the die R(3 in the present case) for the period shown on the die T. 3 appears on T. In this case A will give to B the interest on x at the rate shown on R for the period shown on T(3 in the present case). If 3 does not appear on any of the two dice. A loses the sum x to B. In the case of first possibility A gets the next chance of throwing the dice. In the other two cases B continues to throw.

The game may be played as long as the two players agree to continue. It may also end when one of the player has exhausted his money. Otherwise the two players count their money. The one with larger sum is the winner.

In the ab-ove game the amount is calculated as follows:

Find the figure in the table which lies in the row headed by the number shown on the die T and the column headed by the number on the die R. This figure is then multiplied by X to calculate the amount required under the first possibility. To calculate the interest required the case of second possibility we first compute the amount as in the case of first possibility and then substract x from it.

Sevdral variations of this game can be thought of by changing the table and modifying the playing rules, if necessary.

AN ACTIVITY-CUM-RECREATIONAL APPROACH TO GEOMETRY

- ASHA RANI SINGAL
MEERUT UNIVERSITY
MEERUT.

Once upon a time, there was a philosopher named Plato who had written on the doors of his Academy: "Let no one ignorant of Geometry enter here!" Perhaps you are wondering what did a philosopher have to do with geometry! Well, Plato was a Greek philosopher who lived around 300 B.C. At that time, anything that involved a deep thinking process, fell to the lot of pilosophers(thinkers). Thus all the fine arts, science, astronomy and mathematics were studied by the philosophers and there was no separate category of men known as the mathematicians. This riddle solved, are you wondering as to why Plato considered Geometry to be so important that he did not want to set eyes on anybody who had no knowledge of this discipline? Now Plato, and other Greek philosophers before and after his time, had some very solid reasons of their own to study Geometry. To understand their motivation and desire to study this subject we shall step back about 2900 years in time.

Two thousand years before the Greek philosophers like Plato Egyptians and Babylonians knew several basic concepts about geometry and made practical use of the same. Egyptians used the subject mainly for the purpose of measuring the land and calculating the taxes there from. In fact, the word geometry is composed of geo and metry where 'geo' means Earth and 'metry' relates to measuring. Thus the literal meaning of the word geometry is land - measurement. Egyptians used geometric concepts in building their famous pyramids and things like that too. Babylonians made use of geometry basically in the study of astronomy. These ancient people seem to have used geometry on the basis of experiments and testing without worrying as to why a certain method produces a certain result. For example, let us consider the way an Egyptian might have gone about building a right angle. Special persons known as harpedonaptae(rope-stretechers) were employed to do the job. They had a rope which was knotted at distances in the ratio 3 : 4 : 5 say (Figure 1). The knotted

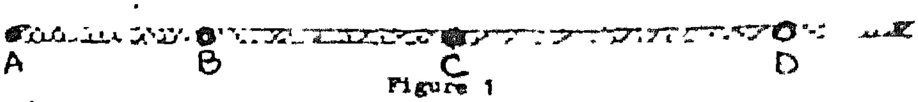


Figure 1

points A and B of the rope would be held at two points so that the portion AB is taut. A person would then move in a direction somewhat perpendicular to AB till the portion BC is

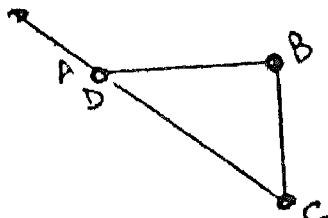


Figure 2

taut(Figure 2). Holding the knot C here, one then moves towards A till D and A coincide. The person at C makes the needed minor modifications in the position of C so that both the portions CA and CB are tight, producing a right angle at B. Now, these people did not worry why this produces a right angle. It just produced a right angle and they used it. They had collected a large source of such tricks which worked satisfactorily. Just as they say that the proof of the pudding is in eating it*, so these ancient people preserved the rules that work; fulstop! However, the Greeks had a certain way of thinking. Before they used a rule, they would like to know why did it work. One reason for such an attitude appears to be that contrary to the popular belief "Seeing is believing", they had learnt otherwise. Let us appreciate their difficulty by the following experiments.

I. Bending Lines: Draw two parallel straight lines AB and PQ. In between these lines, take a point O(Figure 3). Through the point O, draw a large number of lines in all directions. Goodness me! What have you done to the lines AB and PQ? How did you manage to bend these lines around O? Naughty, that is what you are!

*That is, if you can eat the pudding, then it is there; you do not have to show by argument that the pudding exists.

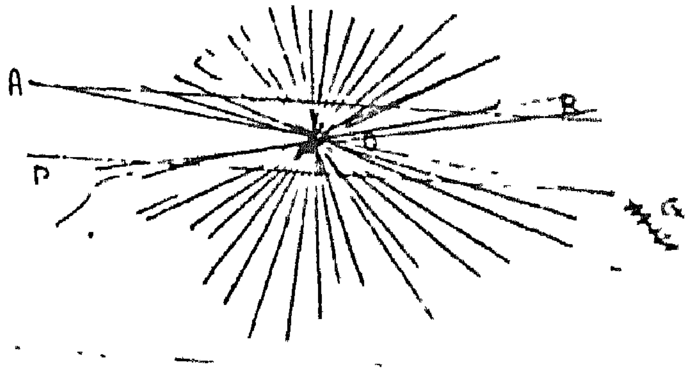


Figure 3

II. Equal but Unequal: Look at figure 4 which of the line segments AB and PQ is longer?

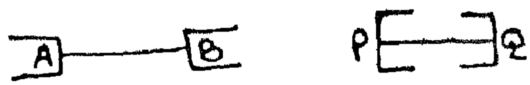


FIG.4

Look at figure 5. Which of AB and PQ is longer?



Figure 5

Look at Figure 6. Which of AB and PQ is longer?

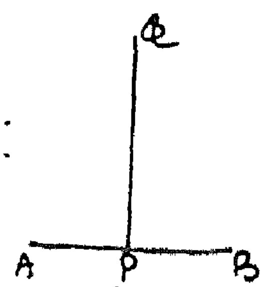


Figure 6

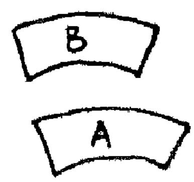


Figure 7

Look at Figure 7. which of the region A and B has bigger area? Now measure AB and PQ. In every instance you would find that AB = PQ. Also area A = area B. Is seeing knowing the truth?

III Always a Prime: Consider $n^2 - n + 41$. Give to n the values 1, 2, 3, 4, 5, ... Do you always get a prime number? So, shall we say that "$n^2 - n + 41$ is a prime number for all positive integers"? When n = 41,

we get

$$n^2 - n + 41 = 41^2 - 41 + 41 = 41^2$$

Alas! There goes down our card - fort! Upto $n = 40$, $n^2 - n + 41$ always produces a prime but not any more necessarily.

Such instances as above led the Greeks ~~by faultless~~ to believe anything only when they had proved it logically by faultless arguments on the assumption of certain self-evident truths and suppositions made. Geometry provided a very suitable model for their thinking. They assumed certain facts about points and lines and built a whole structure of results (theorems) on their basis. Their point had no dimension. In other words, it had neither length, breadth or height. Plot it please! Now do not show me a pencil dot. It had a length, a breadth and also a height, no matter how small. Have another try. Fold a piece of paper and press it to create a crease. Open the paper and as before form another crease, not parallel to the first one please ! These two creases cross each other at a point? Oh no! This too is not the point as defined by the Greeks ! This too has a length, breadth etc. though less than before! The point my dear is that their point is invisible. How can you see something which has no dimensions? So the dot is only a physical representation of point and helps in understanding the results about the point which greeks obtained. Similarly for other geometric concepts of the Greeks ! However, the beauty of Greek geometry is that whatever they discovered about their invisible or abstract points, lines, angles, triangles, quadrilaterals, circles, other plane geometric shapes, spheres, cones, cylinders, prisms and what not, turns out to be true for all ordinary practical purposes about the physical representations of points, lines, angles, etc. as we have come to look upon them. For this reason, the study of geometry becomes useful and important to us also.

There are other reasons too why we should be interested in geometry. All around us we find numerous geometric objects - some natural, some man-made. Anywhere, where there is a question of shape or form, it is matter within

the boundaries of geometry. Nature is full of geometric forms. The study of universe itself needs studying geometry. People first thought that Earth is flat. But then why should we lose a ship out of our sight when we are using a powerful telescope? So earth is not flat. People thought it was spherical. Again there were problems. That led to the theory of a somewhat pear-like Earth. The paths along which Earth and other planets move, have been found to be geometric shapes which Greeks had studied 2000 years ago as something abstract, invisible, only in thoughts! At a time, we thought that the universe is made up of atoms which are sphereical in shape. This is no longer supposed to be true. Instead, other shapes are being proposed. One popular view is that the universe is made up of endless strings(i.e. loops). These loops keep on moving, and thus colliding with others. This results in breaking and fusing and forming other strings, and so on.

In the man-made environment too, geometry plays a great role. All around us we build objects in geometric shapes. Raise your eyes and you would observe geometric shapes. The whole of architecture - the art of constructing buildings, bridges and so on is geometry out and out. No wonder architecture is described as frozen geometry. Not only today, we knew the art of building special structures for different purposes 3000 years ago. Sulva-sutras describe many constructions with the help of ropes. Astronomy was also at its peak, Surya Sidhanta being the most famous. Thus apart from being a training in logical thinking(as per Greeks), geometry is our cultural heritage too!

Having appreciated the practical utility of geometry, it would be fun to discover that geometry provides a very fertile land for having fun. I shall restrict myself to paper-folding even though there is a lot more to the story. You already know how to fold a line, and a point.

Folding a Square: Take an ordinary rectangular sheet ABCD of paper(Figure 8) Pick up the end C and bring it to lie on AD(Figure 9). The edge DC of the

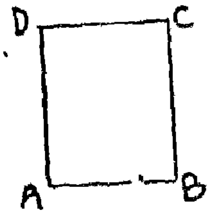


Figure 8

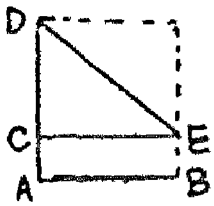


Figure 9

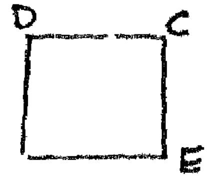


Figure 10

of the sheet becomes CE now. Fold back(or snip off) the portion ABEC along CE and move the corner C back to its original position(Fig. 10). What we get is a square. Can you justify this assertion? Incidentally, we have also folded an isosceles right-angled triangle. Which one? Can you prove this assertion?

Polygons: A polygon is a many-sided closed figure formed from straight line segments so that each segment is joined to two others at its extremities and no two of them are collinear or cross each other. Thus a triangle is a three-sided polygon and a quadrilateral is a four-sided polygon. A five-sided polygon is known as a pentagon(Figure 16), a six-sided polygon is called hexagon (Figure 17), and a seven-sided polygon goes by the name heptagon (Figure 18). What do you think are an octagon, a nanogon and a decagon? A polygon is called regular if all its sides and angles are equal. What is a 3-sided regular polygon? What is the name given to a 4-sided regular polygon? We shall now learn how to fold a regular pentagon.

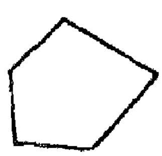


Figure 16



Figure 17



Figure 18

Folding a regular pentagon : Take a strip ABCD of paper, 2 to 3 cm. wide and 20 to 25 long (Figure 19(a). Without crumpling the strip, try to form an ordinary knot by bringing over the right edge AB of

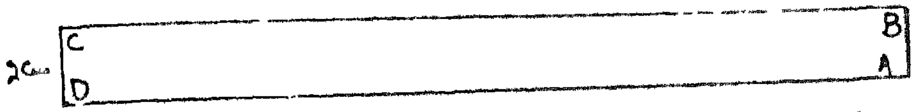


Figure 19(a)

the strip over the left edge CD and passing it through the loop so formed(Figure 19(b)). Notice that the letters A and B would not really be visible at this stage because they face towards the ground when

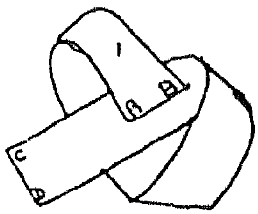


Figure 19(b)

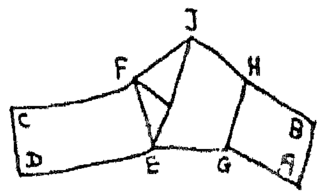


Figure 19(c)

the loop is formed. Now gentally pull out AB and smoothen out the knot (Figure 19(c)). Cut off the extra portions DEFC and AGHB along EF and GH respectively. You are now left with a regular pentagon EGHJF. Can you prove that the sides are all equal? If you hold this pentagon against light, you would observe a star known as the <u>mystic pentagon</u>. This was the emblem of the Society formed by Pythagoras to pursue the study of mathematics. <u>Mathema</u> is actually the Greek word for <u>science</u>.

You can cut out the pentagram as follows. Join JE, EH, HF, FG and GJ. Snip off the triangles on the sides of the pentagon(Figure 20). Try

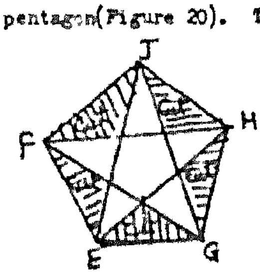


Figure 20

folding a regular hexagon and octagon.

The figures folded so far were all figures with corners. We shall now fold a smooth figure(shape if you like !) having no corners.

<u>Folding a parabola</u>: Take an ordinary rectangular sheet of paper. Half way to the right, a point P roughly 3 cm above the bottom ege of the sheet(Figure 21). Now pick up the bottom edge and fold it slantwise so that it passes through P. Now press it to form a good crease(Figure 22). Open out and smoothen the paper. Fold again at a different angle taking care to make the bottom edge pass through P again. Press to form a crease. Open out and fold again at a different angle. Press for a

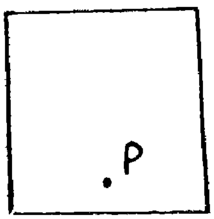


Figure 21

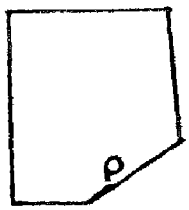


Figure 22

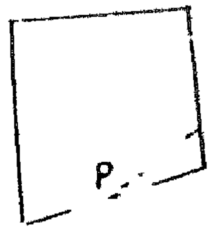


Figure 23

crease. Repeat the process about 25 times. You would find that the creases shown dotted in figure 24 seem to enclose a curved shape.

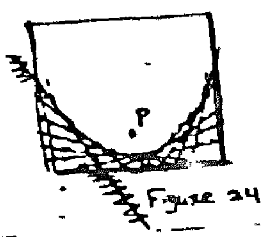


Figure 24

This shape is known as a parabola. When you throw a cricket ball, it traces a certain path in the air. The path is actually a part of some parabola. Similarly, a bullet fired from a gun traces portion of a parabola in the air. Parabola is a very interesting curve. It is used in the search lights. If we rotate the parabolic shape in figure 24 about a vertical line through P we shall get the surface ~~24 about a vertical line through~~ of the shining shape that houses the bulb in a search light. If we move, this shape always keeping it parallel to its original position we shall get the surface of a reflector used in sun-ovens. All telescopes use a parabolic reflector. The vertical line through P is known as the <u>axis</u> of the parabola and P is known as the <u>focus</u>. When a ray of light parallel to the axis strikes the

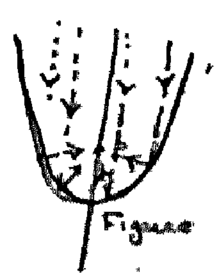


Figure 25

parabola, it is reflected back and always passes through the focus P. Thus a lot of light is collected at P and makes any object placed there better visible. Using this principle a Greek mathematician Archimedes around 250 BC was able to burn the enemy ships standing in the sea.

<u>Threading a parabola</u>: Another interesting way to obtain a parabola is through lines or threads. Take a piece of paper and draw an acute angle BOA with OA = OB. Mark fifteen points on each arm at equal intervals (Figure 25(a)). Number them as shown. Notice that the numbers go on increasing along OA but decrease along OB. Now join the points which have been numbered alike by means of straight line segments. There our friend parabola, sitting so neat and snug inside the angle BOA.

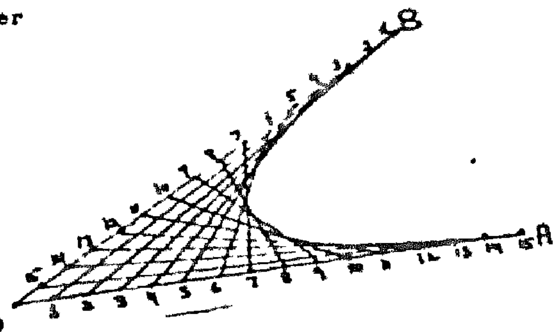


Figure 25(a)

Before proceeding further, make a parabola in angles measuring 30°, 45°, 60°, 90° and 120°. What do you notice? As you increase the angle, how does the shape of the parabola change? Now make the designs given in figures 25(b), 25(c), 25(d) and 25(e).

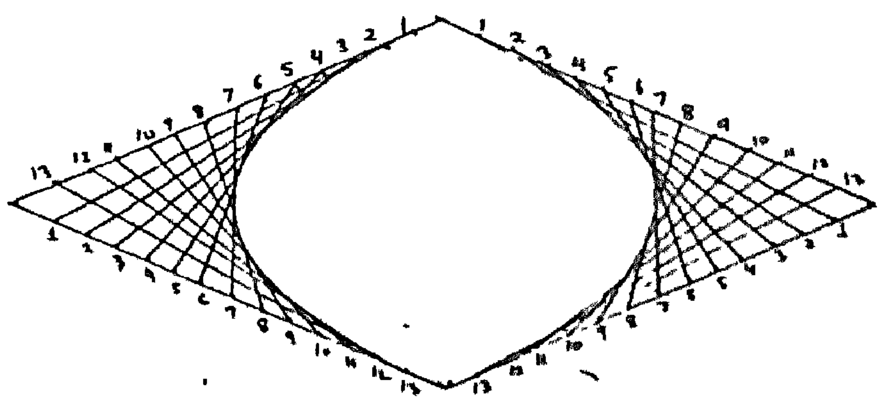


Figure 25(b)

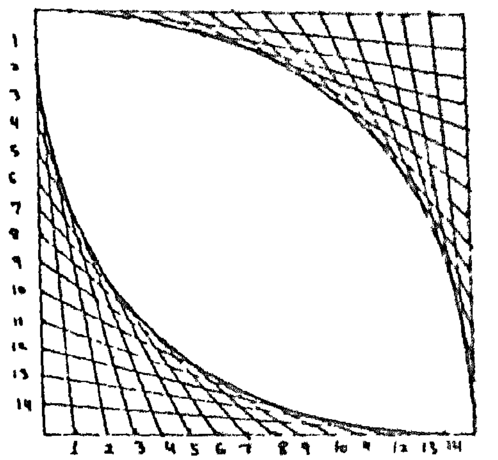
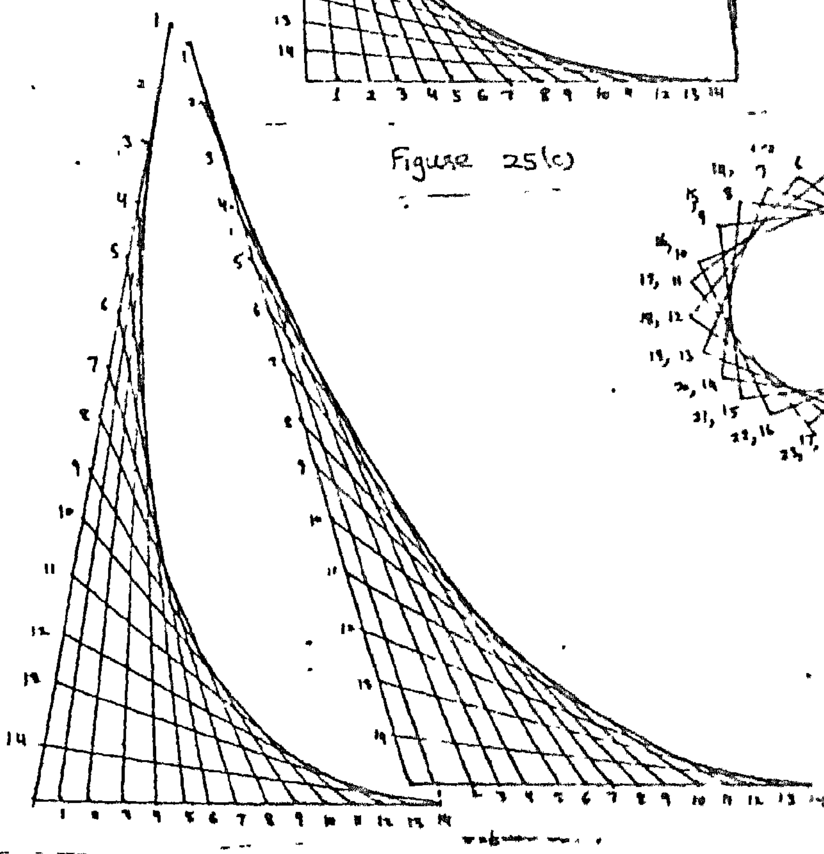


Figure 25(c)



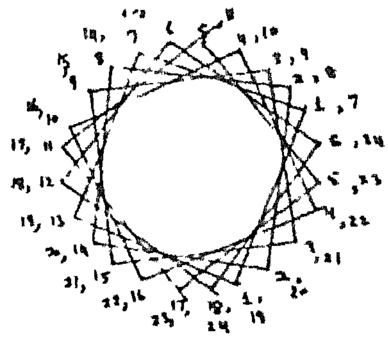


Figure 25(d)

This time, the arms of the two angles have unequal length. Note carefully the number of points on eahh arm. Exactly the same ! This naturally makes the distance between the points on one arm different from that on the other. BUt points on the same arm are to be chosen at equal intervals.

Did you like your sail-boat?

* Circle not shown in the diagram.

You can make the sun shine too. Take a number of points on a circle* at equal distances. For this we take the tips of radii at equal angles. Here, the angle between two consecutive radii is 15°. Number the points 1 to 24 once. Then start numbering 1 to 24 once again but leave a few dots between the two 1's. Again join 1 to 1, 2 to 2 and so on.

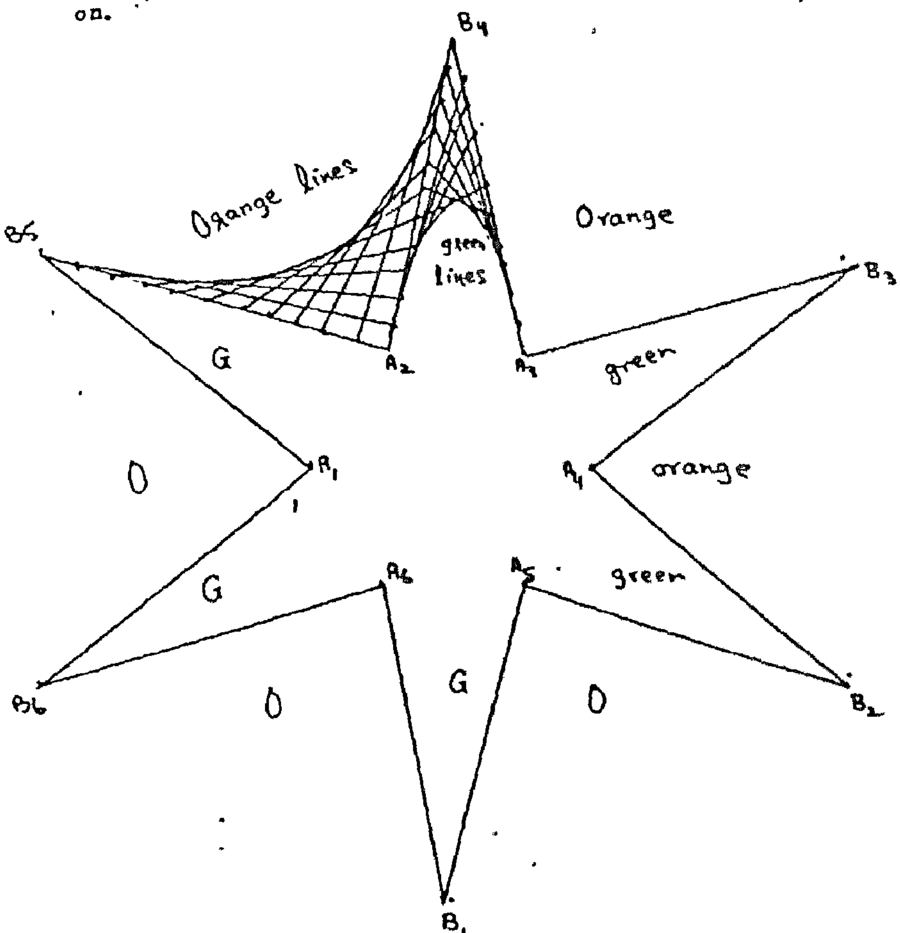


Figure 25(e)

The points A_1, A_2, ...A_6 lie on a circle at equal intervals. The circle is not shown. Similarly, the B points lie on a concentric cricle. Make the other six parabolas in the angles at A_1, A_2,.....A_6 in orange lines. Make the six parabolas in the angles At B_1, ...B_6 in a different colour, say green.

Think of your own designs. Some of you may like to do these designs on stiff paper(or card sheet/chart paper), with a needle and coloured thread. In case you do, mark the points as before. But now prick a hole at the marks with the help of a needle. Start on the lower side of the card, coming up at point 1 on OA. Go down at point 1 on OB. Come up at 2 on OB and go down at 2 on OA. Come up at 3 on OA and go down at 3 on OB. Go on like this till all the marks are covered. Ultimately.

come up at the vertex of the angle and go over one arm. Come up at the vertex again and go over the other arm. Tape the end of the thread(and also the beginning) with scotch tape or quickfix etc. You can you use threads in various colours. The cards thus prepared can be used to decorate your room or classroom. You can also prepare greeting cards.

When one uses threads for making designs in this manner, the art is known as <u>curve stitching</u> or <u>mathematical embroidery</u>. Have you noticed designs in mathematical embroidery being sold in the market.

We shall now go back to our paper folding activity and see how we fold certain surfaces. This would involve some pasting also.

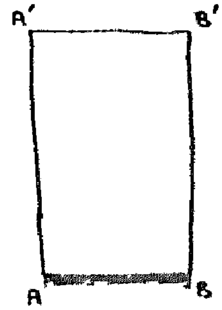


Figure 26

<u>Folding a Cylinder</u>: The simplest of all is a cylindrical tube. For this we need only a rectangular sheet AB B'A' of paper(Figure 26). To fold a cylinder, you paste the edges AB and A'B' with A going to A' and B going to B'. As a matter of fact, you have to overlap the sheet, the shaded portion going over the edge A'B' and then under the sheet. What would be the height of this cylinder shown in Figure 27? What would nearly be the circumference of its rim? What would be approximately the diameter of its circular end.



Figure 27

You can perform rather an interesting experiment with this tube. If not in open or near the window, stand(or sit) near a wall. Raise your left hand in front of your eyes, palm open and in front of the eyes at a distance of about 10 to 15 cm. Hold the tube in the right hand

with diameter roughly the length of your eye. Place the tube in front of your right eye, touching it or nearly so and place the left hand touching the tube.. Keep both eyes open and look far away or at opposite wall. Did something happen? Oh no ! A hole right through your palm ! and no pain ! Slide the hand a little bit this way and that along the tube Is the hole changing position on the palm? Don't ask me why this happens.

Folding a cube: A cube has six square faces. Cut out from a piece of card sheet or stiff paper a piece as shown in figure 28. Fold the sheet along the dotted lines one by one and press for a crease. Now raise the faces I, II, III and IV along the creases of the base to a vertical position. This should give you a hollow box-type thing with one face higher than the rest. Fold the protruding top face along the crease and manage it into a horizontal position parallel to the base. The flaps are to be used for overlapping and pasting. Once pasted, your cube is ready. You can paint it if you like. You can use it as a calendar for six months by writing (or pasting a piece from a calendar) the days and dates etc. You can write important results on the faces and keep it at a place where you would be looking frequently.

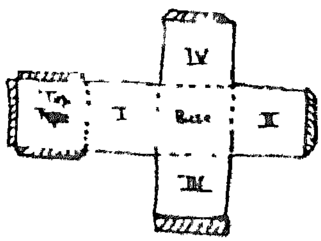


Figure 28

Folding a tetrahedron: A tetrahedron is a pyramid-like surface made up of four equilateral triangular faces having six edges and four vertices (figure 29). You can use the net in figure 30 to fold. Dotted lines are for creases and flaps for pasting are not shown. Make provision for them yourself. Actually flaps are not needed if you use scotch tape (cello tape). It is much easier to use the tape than to slip the flaps under or above and decide where to supply them.

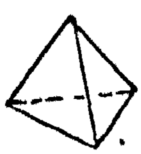


Figure 29

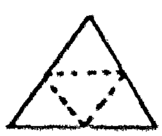


Figure 30

Can you make a tetrahedron out of six match sticks? Remember it has six edges!

Folding an Octahedron: An octahedron can be obtained by eight equilateral triangles, four triangles forming a pyramid on a square ABCD above the square, and the remaining four triangles forming a similar pyramid below the square(Figure 31). It has six vertices A, B, C, D, P and Q. How many

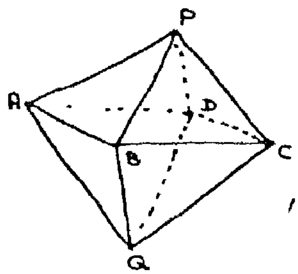


Figure 31

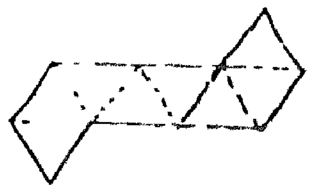


Figure 32

edges does it have? How many faces does it have? Figure 32 shows a net for folding it. As before, dotted lines are to be creased and faces folded around these to the required position. Flaps for sticking are not shown. It is not necessary to have flaps on both sides. You can have a flap on one face, gum this flap and push it under the other of the two faces to be joined and stick.

Folding a dodecahedron: Have you seen a dodecahedral calendar? I guess not ! How many faces does it have if it can be used as a calendar? Obviously, twelve! A dodecahedron has twelve pentagonal faces all congruent to each other. At each vertex three faces meet. Try to calculate the number of edges. Remember when you join two faces at an edge, they produce one edge of the dodecahedron we are folding. A dodecahedron and the required net are shown in figures 33 and 34 respectively.

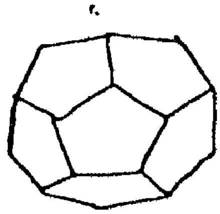


Figure 33

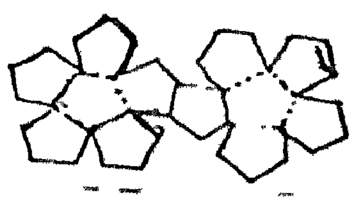


Figure 34

Folding an icosahedron: There is another surface known as icosahedron which completes a family consisting of cube, tetrahedron, octahedron and dodecahedron. It is made of twenty equilateral triangles, five triangles meeting at each vertex. Count the number of vertices and edges. The shape and net for it are given in figures 35 and 36 respectively.

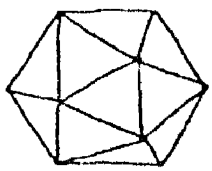


Figure 35



Figure 36

Notice that even though we have called the cube, tetrahedron etc. surfaces because we were concerned with the surfaces only, these bodies enclose volume and hence may be thought of as solids. Taken together the five above-mentioned bodies are known as the platonic solids. These are the only solids which can be made from regular polygons. Hence they are also known as regular polyhedra. The Greeks discovered the dodecahedron and the icosahedron. The other three had been known to the Egyptians.

I have demonstrated how you can fold some geometric plane figures and solids. There is a lot you can do in this area q which I have not mentioned. Try to find out what is origamy. With this task in hand I say good bye to you and hope and believe that you would have lots and lots of fun in the days to come, not by paper folding along, but by learning the different types of geometry and by knowing how they have contributed to the development and growth of the scienfic thought. -

POSING PROBLEMS FOR MATHEMATICALLY GIFTED PUPILS

- SURJA KUMARI
D E S & M, NCERT,
NEW DELHI-110016.

For a long time, there has been general interest among researchers, curriculum designers and practising teachers in the area of problem-solving in Mathematics curriculum. This area gained momentum after the recommendations of the NCTM [1] in 'An Agenda for Action'. There is voluminous literature on various aspects of problem-solving but little attention has been paid to problem-posing which is as vital as solving it. Herein, we consider some important aspects of problem-posing for mathematically gifted students.

The word problem, in general as stated by Polya [2], is 'a situation in which a person searches consciously for some appropriate action to attain the clearly but not easily attainable aim. To solve the problem means to find such an action'. But one usually encounters different degree of difficulties to find out such an action and the problems are accordingly categorised as easy or difficult. In other words, some degree of difficulty belongs to the very notion of the problem.

In mathematics a problem is posed to reinforce the understanding of a concept or to use a skill learned earlier by presenting a situation that embodies that concept or skill. The problem posing for mathematically gifted students needs special attention as it is essential to present a situation which invoke their mathematical ability, interest

and imagination. Routine type problems generally lead to disinterest and dissatisfaction in the gifted pupils. Here, we shall try to develop such problems which help them to generate thinking potential, special ability and the maximum involvement on the part of the pupil and the minimum by the direction of the teacher. Following Krutetskii [3] model, the problems can be posed in the following categories:

I. Gradual Transformation from Concrete Situation to Abstract

Today, more than ever before in the history of human being, the importance of mathematics in the affairs of everyday living is being recognised. So the problems posed with concrete data, specially from children's immediate environment, help to reinforce the basic concepts of mathematics learnt in the classroom. For example, The length of a classroom is 10m, its breadth is 12m and its height is 3m. What is the volume of 2 such rooms?

Such problems posed with concrete data, can easily be transformed into abstract situation - the length of room is ℓm, its breadth is bm and height is h m. What is the volume of n such rooms?

This way the gifted students can be trained to express relations between quantities in a generalised abstract form.

II. Pupil's Perception of Mathematical Problem:

Here the question is stated neither directly nor indirectly but the student is asked to complete an incompletely stated problem. The student who picks up quickly to the logic of the basic relations and dependencies given in the problem would be able to complete the statement of the question and which reveals his/her mental perception of

of the mathematical problem. For example:

1. Anita bought 2b notebooks at one shop and 4.5 times as many at another. (How many notebooks did she buy all together).
2. On a straight line a point is given from which 2 rays are constructed on the same side of the line. The measure of one of the angles is given and the size of another is half the first angle. (Determine the size of the third angle).

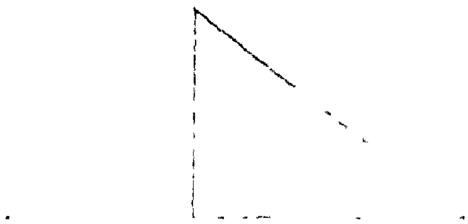
The statement given in the parenthesis are to be completed by the pupil.

III. Problems with Verbal and Visual Formulation:

Recapitulation is important for any learning process. Problems reinforcing this skill substantiate better understanding of the concepts learnt in the classroom. For example, a problem like 'In the algebraic expression given below what are the exponents of each of the literals? Then asking for an appropriate definition of an algebraic expression and its degree

$2a^3$; b^3; $-3x^2y^2$; $7xy^6$; $\frac{1}{2}mm$; z; C/4 help to verbalise the idea of an algebraic expression.

If a problem is posed through pictorial or concrete means, pupils have an opportunity to use their ingenuity to perform geometric transformations of the objects or to visualise a physical representation of a problem. For an example, 'determine the validity of the statement that a perpendicular from a given point to a given line is shorter than any other slanting line segment from that point to the line'.



Such problems provide correlation between verbally expressed concepts and the graph.

IV. Composition of Equation:

Problems like 'A teacher told a student that she had added 12 to a given number and divided the result by 13. But the student was not paying close attention and substracted 13 from the given number and divided the result by 12. He gave the correct answer. What is the given number? help to generalise a definite method of reasoning. Moreover, such problems will develop pupils' habit of composing equations as well as definite general principle of approach to the solution of such mathematical problems.

V. Problems related to Special Concepts:

Problems involving the idea of special concept both in two dimensions and in three(inspace) will widen the imagination power of the gifted students. For example: Through a point outside a plane, how many straight lines can be drawn parallel to the plane? What solid is obtained by rotating a right triangle about an axis parallel to one of its legs?

VI. Problems on Comprehension and Logical Reasoning:

In this category the problems posed should reveal retention, reproduction and memorizing of mathematical material. For example:

Find the smallest number that gives a remainder 1 when divided by 3, a remainder of 2 when divided by 4, a remainder of 3 when devided by 5 and remainder of 4 when devided by 6.

The ability to solve such problems are a good indicator of the presence of mathematical abilities and logical reasoning power of the pupil.

VII. Problems on Proof:

The essential quality of mathematics which binds it together in a coherent way is the use of mathematical proof to deduce new results from known ones thus building up a strong and consistent theory. In writing a mathematical proof one needs a sense of judgement as to how much detail is really appropriate to the given task and what must be left out. Pupils are trained to acquire this skill through problem-solving situations. The problems like 'prove that the bisectors of the base angles of an isosceles triangle are equal' reinforce this skill in pupil.

VIII. Problems with several solutions:

Here such problems are posed which can be solved in different ways. The student has to find on his/her own the maximum number of methods of solving the problem. For example,

In how many ways can Rs.70 be paid if the money is in Rs.5 and Rs.10 notes only.

Prove in different ways that only one perpendicular can be dropped from a point outside a straight line(two methods). Such type of problems

are extremely useful as they inculcate the habit of creative thinking and applications of the concepts learnt.

IX. <u>'What if not' Method</u>:

Lastly, we shall try to pose problems on 'what if not' technique developed some years ago by Marison [4]. The technique is to identify the attributed of a theorem, problem or puzzle and negate them one at a time. Each negation modified the original problem and offers the potential for generating new problems. For example, we consider the famous 1089 puzzle. Here we take a three digit number in the base ten such that digit at one's place is at least 2 more than at the hundred's place. Form a second number by interchanging the digits at one's and hundred's place. Find their difference. Interchange the digits in hundred's place and one's place again. Then add the numbers so formed. We see that the number is 1089.

For example:

(2)

$$\begin{array}{r} 604 \\ -\ 406 \\ \hline 198 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 198 \\ +\ 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 833 \\ -\ 338 \\ \hline 495 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 495 \\ +\ 594 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Notice that in all the cases the resulting number is 1089. Why?

To apply the technique we first identify the attributes of the problem step by step and then solve it. The second stage of the technique is to negate attributes of the problem one at a time, and then based on such negation attempt to generate new solutions.

Lastly, we feel that if problems are posed under above said categories, the gifted students will definitely find mathematics interesting and application oriented subject and will help them to generate thinking potential at the school stage.

References:

1. National Council of Teachers' of Mathematics. An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s.

2. G. Polya, 'How to Solve it' 1957.

3. V.A. Krutetskii, 'The Psychology of Mathematical Abilities in School Children'. Edited by J. Kilpatrick, the University of Chicago Press.

4. W. Marison and S. Brown, 'What if not' Mathematics Teacher 46, 1969.

SAMPLE PROBLEMS FOR UPPER PRIMARY TEACHERS

Surja Kumari
D.E.S.M.
N.C.E.R.T.

1. Inscribed in a square with side a is another square, whose vertices lie on the sides of the former. Determine the segments into which the sides of the first square are divided by the vertices of the second square, if the area of the latter is equal to 25/49 of that of the former.

2. A triangle ABC is divided into three equal figures by straight lines which are parallel to the side. Compute the parts into which the side AB, equal to a is divided by the parallel lines.

3. Given inside a circle, whose radius is equal to 13 cm, is a point M 5 cm distant from the centre of the circle. A chord AB=25 cm is drawn through the point M. Find the length of the segments into which the chord AB is divided by the point M.

4. In a right-angled triangle a semicircle is inscribed so that its diameter lies on the hypotenuse and its centre divides the latter into two segments equal to 15 cm and 20 cm. Determine the length of the arc of the semicircle between the points at which the legs touch the semicircle.

5. Find the weight of an artillery round, knowing that the charge weighs 0.8 kg, the weight of the projectile is equal to 2/3 of the total weight of the round, and the weight of the shell is 1/4 of the weight of the round.

A dog at the point A goes in pursuit of a fox 30 metres away. The dog makes 2m and the fox, 1 m long leaps. If the dog makes two heaps to the fox's three, at what distance from A will the dog catch up with the fox.

Two bodies moving along the circumference of a circle in the same direction come together every 36 minutes. If they were moving with the same speeds as before, but in opposite directions, they would meet every 8 minutes. Also, when moving in opposite directions, the distance (along the circumference) between the approaching bodies decrease from 40 metres to 26 metres in 24 seconds. What is the speed of each body in metres per minute and how long is the circumference.

Is it possible for a farmer to plant ten trees so that there are five rows of four trees.

A man entered an orchard through 7 gates and picked some apples. When he left, he gave the first gaurd half his apples and 1 apple more. To the second gaurd he gave half his remaining apples and 1 more. He did the same to each of the remaining five guards and left the orchard with 1 apple. How many apples did he gather in all.

A 250 metre long oil tanker is cruising at 20 Km/hour. A small power boat travelling at constant speed takes one minute to go around the tanker, starting and finishing at the ship's stern. Find the power boat's speed. Ignore the width of the tanker.

Show that the product of five consecutive positive integers cannot be a square of an integer.

12. PQRS is a quadrilateral of area A. O is a point inside PQRS. Prove that if $2A=OP^2+OQ^2+OR^2+OS^2$, then PQRS is a square and O is its centre.

13. The binary expression for a certain multiple of 17 contains the digit "1" exactly three times.
Prove that it contains the digit "0" at least six times and that if it contains the digit "0" exactly seven times, then it is even.

14. ABC is a triangle. The internal bisector of the angle A meets the circumcircle again at P. Q and R are similarly defined with B and C respectively.
Show that
AP+BQ+CR > AB+BC+CA.

15. Find two digit numbers having the following property: if we adjoin zero followed by the smaller number on the right of the larger one, and adjoin the larger number followed by zero on the right of the smaller one, then of the two five-digit numbers thus obtained the first number divided by the second yields a quotient of 2 and a remainder of 590. It is also known that the sum of the two-fold larger desired number and the three-fold smaller desired number is equal to 72.

16. Two internal combustion engines of the same power output were subjected to an efficiency test and it was found that one of them consumed 600 grams of petrol, while the other, which was in operation 2 hours less, consumed 384 grams. If the first engine had consumed as much petrol per hour as the second,

and the second, as much as the first, then both engines would have consumed equal amount of petrol during the same period of operation as before. How much petrol does each engine consume per hour?

17. A sports ground has the shape of a rectangle with sides of a and b metres. It is bordered by a running - track whose outer rim is also a rectangle whose sides are parallel to and equally spaced from the sides of the ground. The area of the track is equal to that of the ground. Find the width of the track.

18. Ms. Farida puts money in a savings bank and one year later earns an interest of 15 rupees. Having added another 85 rupees she deposits the money for another year. After the expiry of this period the sum-total of the principal and its interest is 420 rupees. What sum of money was originally deposited and what interest does the savings bank pay?

19. The base of a triangle is divided by the altitude into two parts equal to 36 cm and 14 cm. A straight line drawn perpendicular to the base divides the area of the given triangle into two equal parts. Into what parts is the base of the triangle divided by this line?

20. In an isosceles triangle the length of the side is equal to a and the length of the line-segment, drawn from the vertex of the triangle to its base and dividing, the vertex angle in the ratio 1:2 is t. Find the area of the triangle.

21. A bear, starting from the point P, walked 1 km due south. Then he changed direction and walked one km due east. Then he turned again to the left and walked 1 km due north, and arrived exactly at the point P he started from. What was the colour of the bear.

22. Ramlal wants a piece of land, exactly level, which has four boundary lines. Two boundary lines run exactly north-south, the two others exactly east-west, and each boundary line measures exactly 100 metre. Can Ramlal buy such a piece of land in India?

23. Kasim has 10 pockets and 44 one rupee coins. He wants to put his coins so distributed that each pocket contains a different number of coins. Can he do so?

24. To number the pages of a bulky volume, the printer used 2989 digits. How many pages has the volume?

25. Among Grand fathers papers a bill was found:

72 hens Rs. - 67.9 -

The first and last digit of the number that obviously represented the total price of those hens were replaced by blanks, for they have faded and are now illegible.
What are the two faded digits and what was the price of one hen?

26. Given a regular hexagon and a point in its plane. Draw a straight line through the given point that divides the given hexagon into two parts of equal area.

27. The vertex of a pyramid opposite the base is called the apex. (a) Let us call a pyramid 'isosceles' if its apex is at the same distance from all vertices of the base. Adopting this definition, show that the base of an isosceles pyramid is inscribed in a circle the centre of which is the foot of the pyramid's altitude.

28. The length of the perimeter of a right triangle is 60 inches and length of the altitude perpendicular to the hypotenuse is 12 inches. Find the sides.

29. Consider the table

1	= 1
3+5	= 8
7+9+11	= 27
13+15+17+19	= 64
21+23+25+27+29	= 125

Guess the general law suggested by these examples express it in suitable mathematical notation and verify it.

30. The side of a regular hexagon is of length n (n is an integer). By equidistant parallels to its sides the hexagon is divided into T equilateral triangles each of which has sides of length 1. Let V denote the number of vertices appearing in this division, and L the number of boundary lines of length 1. When n=1 find T V and L. Next consider the general case and express T,V and L in terms of n.

ENRICHMENT TRAINING FOR RESOURCE PERSONS IN MATHEMATICS AT UPPER PRIMARY STAGE

Venue: National Institute of Education
NCERT, New Delhi
4th September to [illegible] September, 1988

1. Rakesh Kumar
   Navodaya Vidyalaya
   Bring Khera (Fridkot Distt.)
   Pin Code – 152 101 (Pb).

2. Dr. Brahm Saran Bhatnagar
   N.V. Chaubari
   Bareilly (Pb.)

3. Sh. Keshu Ram Verma
   N.V. Pabra
   Hissar, (HARYANA)

4. Sh. Kashmiri Lal Kashyap
   Kendriya Vidyalaya No. 1 (AFS)
   Pathankot (Pb.)

5. Ms. Shashi Jain
   Kendriya Vidyalaya No. 3,
   Ambala Cantt.

6. Ms. M. Misra,
   Primary Teacher
   Blue Bells School,
   Kailash,
   New Delhi.

7. Ms. Gurpreet Kaur
   Navodaya Vidyalaya
   Jhajjar, Distt. Rohtak
   HARYANA.

8. Ms. Sushila Kumar
   Navodaya Vidyalaya
   Jhajjar,
   Distt. Rohtak (HARYANA)

9. Sh. Asokan N.M.,
   Navodaya Vidyalaya
   W. Tripura 799 207.

10. Sh. S. Pattabhi
    Navodaya Vidyalaya
    Chittor (Distt.)
    A.P. 517 325
    Horsley Hills (Via) Madana Path.

11. Sh. Gurinder Singh
    Navodaya Vidyalaya
    Leh (Ladakh)
    Jammu and Kashmir.

12. Sh. B.V. Sastry
    Kendriya Vidyalaya
    Kharagpur 721 302.

13. Sh. A.K. Agrawal
    Navodaya Vidyalaya
    Atru (Kota)
    (RAJASTHAN)

14. Sh. P.P. Muraleedharan
    Navodaya Vidyalaya
    Malappuram, Kerala.

15. Sh. P.K. Dean
    Central School For Tibetans
    Darjeeling (W[illegible]) 734 101.

16. Sh. P. Subbaraya Sarma
    Kendriya Vidyalaya No. 1
    Golconda, Hyderabad
    Andhra Pradesh.

17. Sh. Bhagat Singh
    Kendriya Vidyalaya Army No. 1,
    Jodhpur, RAJASTHAN

18. Sh. Lalita Sethi
    34/2[illegible], Old Rajinder Nagar,
    New Delhi 110060.

19. Ms. T. Sudha Rani
    Appejay School,
    Panch Sheel Park,
    New Delhi.

20. Prof. J.N. Kapoor,
    C 766, New Friends Colony,
    New Delhi 110065.

21. Prof. Asha Rani Singal
Mathematics Department
Meerut University
Meerut.

22. Dr. N. Puri
Civil. Eng. Department
Roorkee University
Roorkee.

23. Dr. S.P. Arya
Department of Mathematics
Maitreyi College,
Bapudham Complex
Chanakya puri
New Delhi 110021.

24. Dr. Sunder Lal
Reader
Department of Mathematics
Agra University
Agra.

N.C.E.R.T. Faculty Members.

Prof. K.V. Rao

Dr. B. Devakinandan

Dr. Hukum Singh

Sh. Mohinder Shanker

Dr. M. Acharya

Dr Surja Kumari

ENRICHMENT TRAINING COURSE FOR RESOURCE PERSON IN MATHEMATICS AT UPPER PRIMARY STAGE

Venue: State Institute of Science Education
Jabalpur (M.P.)
22 March to 26 March 1990

1. Ms. Geeta Pande
Govt. Girls Higher Secondary School,
Katangi,
Jabalpur.

2. Ms. Pratima Tiwari
Kendriya Vidyalaya
Sarani, Distt. Betul.

3. Mr. V.D. Gautam
Kendriya Vidyalaya No. 3,
Marar Cantt.
Gawalior.

4. Mr. Rajesh Kumar Sharma
Kendriya Vidyalaya
Malanjkhand, Balaghat.

5. Mr. Bhupesh Sahu
Kendriya Vidyalaya
Dhana, Sagar 470228.

6. Mr. A.K. Shrivastava
Kendriya Vidyalaya
Air Force Station,
9- Maharajpura, Gwalior 474 020.

7. Mr. H.M. Barik
Kendriya Vidyalaya
Chirimiri
P.O. Sonawant Colliery
Surguja.

8. Mr. P. C. Yadav
Kendriya Vidyalaya
Dewas.

9. Mr. Lavneesh Sood
Kendriya Vidyalaya
Ujjain, Dewas Road,
Ujjain.

10. Mr. Daya Shankar Rai
Kendriya Vidyalaya No. 1,
O.F. Khamariya
Jabalpur 483 005.

11. Ms. [illegible] Dwivedi
[illegible] Bai Girls Hr. Sec.
School,
[illegible] Nagar,
Jabalpur.

12. Ms. [illegible]
Govt. Girls Hr. Sec. School,
[illegible], Jabalpur.

13. Mr N.[illegible]. Jain
Lecturer,
Govt. Hr. Sec. School,
[illegible], Jabalpur.

14. Dr. N.N. Srivastava
State Institute of Science
Education,
Jabalpur.

15. Dr. [illegible] Puri
Roorkee University,
Roorkee (U.P).

16. Dr. [illegible].B. Sinha
Banaras Hindu University,
Varanasi (U.P.)

17. Sh. Mahendra Shankar,
DESM, NCERT,
NEW Delhi.

18. DR. [illegible] KUMARI,
DESM, NCERT,
NEW DELHI.